

Istituzioni di Matematica - CIA
5 Giugno 2014

Esercizio 1. Sia $f(x) = 2 - 2\sin(5x)$.

- a) Trovare ampiezza e periodo di f .
- b) Disegnare il grafico di f .
- c) Trovare $\{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \leq 0\}$.

Esercizio 2. Scrivere su un unico foglio la soluzione di questo esercizio!

- a) Discutere al variare dei parametri $h, k \in \mathbb{R}$ la risolubilità del seguente sistema lineare (non si richiede il calcolo esplicito delle soluzioni $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$)

$$\begin{cases} hx - 2y + z & = k \\ hx + (h - 1)y + (h + 2)z & = k \\ (h + 1)y + 2z & = -k \end{cases}$$

- b) Fissati i valori $h = 1, k = 0$ determinare l'insieme $S \subseteq \mathbb{R}^3$ delle soluzioni del sistema e determinare l'equazione del piano L in \mathbb{R}^3 perpendicolare ad S e passante per il punto $(1, 1, 2)$.
- c) Calcolare la proiezione ortogonale dell'origine sul piano L .

Esercizio 3. Risolvere l'equazione differenziale

$$\frac{(x^2 + 1)}{y + 1} y' = x$$

Esercizio 4. Risolvere in campo complesso l'equazione

$$z - i(z - 1) = |z + i|.$$

Esercizio 5. Calcolare il valor medio della funzione

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right)$$

nell'intervallo $[\frac{1}{\sqrt{3}}, 1]$.

(Semplificare il più possibile il risultato).