

**Istituzioni di Matematica - CIA**  
**8 Gennaio 2015**

**Esercizio 1.** Sia  $f(x) = \log(1 + \operatorname{arctg}(x^2))$ .

- a) Trovare il dominio e l'immagine di  $f$ .
- b) Trovare eventuali massimi e minimi (relativi e assoluti) di  $f$ .
- c) Trovare i valori  $k \in \mathbb{R}$  tali che l'equazione  $f(x) = k$  non ha soluzioni.

**Esercizio 2.** Dato il sistema:

$$\begin{cases} 3x + y & = a \\ 5x - by - z + 1 & = 0 \\ x + z & = 2 \end{cases}$$

determinare per quali valori di  $a, b \in \mathbb{R}$  il sistema ha soluzioni. Nel caso in cui esistono infinite soluzioni, calcolarle.

**Esercizio 3.** Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' - 2y = \frac{e^{3x}}{e^{x+1}} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

**Esercizio 4.** Risolvere in campo complesso l'equazione

$$z^6 + 2z^3 + 4 + i = \frac{1+i}{1-i}.$$

**Esercizio 5.** i) Trovare la funzione  $F(x)$  tale che:

$$\begin{cases} F'(x) = x^2 \cos(2x) \\ F(\pi) = 1 \end{cases}$$

ii) Provare che in  $x = 0$  la funzione  $F(x)$  ha un flesso.