

**Istituzioni di Matematica - CIA**  
**15 Settembre 2015**

**Esercizio 1.** a) Studiare massimi e minimi della funzione  $f(x) = \sqrt{|x-3|}$  sull'intervallo  $[2, 4]$   
b) Sono verificate le ipotesi del teorema di Rolle per  $f$  (su  $[2, 4]$ )? Giustificare la risposta.

**Esercizio 2.** Data la funzione  $f(x) = \left(\frac{1}{\sin(x)}\right)^{\operatorname{tg}(x)}$

- i) Trovare il dominio di definizione di  $f$  e di  $f'$ .
- ii) La funzione  $f$  è periodica? Se sì trovare il periodo di  $f$
- iii) Dire se  $f$  è estendibile con continuità in  $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Esercizio 3.** Trovare le radici complesse dell'equazione:

$$(z^2 - 6\bar{z} + 5)(z^3(3 - i\sqrt{3})^2 + 2|z^4|) = 0$$

**Esercizio 4.** Per quali valori dei parametri  $a, b \in \mathbb{R}$  il seguente sistema ha una sola soluzione, infinite soluzioni o nessuna soluzione? Nel caso in cui esistano infinite soluzioni, calcolarle.

$$\begin{cases} 2x + ay + z = a \\ x + by + 2z = 1 \\ 2x + ay + z = 1 \\ -x - y + z = b \end{cases}$$

**Esercizio 5.** Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y' + \frac{1-2x^2}{x(x^2-1)}y = 2x^2e^{2x}\sqrt{x^2-1}, \text{ per } x > 1$$