

Istituzioni di Matematica - CIA
29 Giugno 2015

Esercizio 1. Dire se la funzione $f(x) = \sqrt{\log\left(\frac{x^2 + 3}{3x^2 - 3x + 1}\right)}$ verifica nel suo insieme di definizione le ipotesi del Teorema di Rolle e, in caso affermativo, dire in quanti e quali valori di x la tangente al grafico di f è orizzontale.

Esercizio 2. Sapendo che $(1 + i)$ è una radice del polinomio $p(z) = z^4 - 5z^3 + 10z^2 - 10z + 4$, trovare tutte le altre radici. Scrivere la fattorizzazione in fattori irriducibili di $p(z)$ su \mathbb{R} e su \mathbb{C} .

Esercizio 3. Determinare al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$ il numero delle soluzioni dell'equazione $e^{x^9 - 9x + 1} = a$.

Esercizio 4. Discutere la risolubilità del seguente sistema al variare dei parametri $a, b \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x + 2y + z + 1 & = 0 \\ ay + z & = 0 \\ ax + 2ay + a^2z + 1 & = 0 \\ -x + (a - 2)y & = b \end{cases}$$

Esercizio 5. Risolvere l'equazione differenziale definita per $x > 1$

$$y' + \frac{1 - 2x^2}{x(x^2 - 1)}y = 2x^2\sqrt{x^2 - 1}$$