

Istituzioni di Matematica - CIA
3 Giugno 2015

Esercizio 1. Studiare la funzione $f(x) = x - \log(x^2 - 2x)$

- a) Trovare il dominio, l'immagine di f , ed eventuali asintoti.
- b) Trovare eventuali massimi, minimi (relativi e assoluti) e flessi di f .
- c) Disegnare il grafico di f
- d) Trovare, se esistono, i valori di $k \in \mathbb{R}$ tali che la retta di equazione $y = x + k$ interseca il grafico di f .
- e) Trovare, se esistono, i punti P tali che la retta tangente al grafico della curva in P sia parallela alla retta di equazione $x + 3y + 7 = 0$.

Esercizio 2. Data la funzione $f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{3} + x}{e^x}\right)$ definita sull'intervallo $A = \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right)$

- i) Provare che è invertibile su A .
- ii) Detta $g(y)$ la funzione inversa, trovare il dominio di g
- iii) Calcolare $g'\left(\frac{\pi}{3}\right)$

Esercizio 3. Calcolare l'integrale $\int \frac{x^3 + x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 2} dx$

Esercizio 4. Discutere la risolubilità del seguente sistema al variare dei parametri $a, b \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x + 2y + z + 1 & = 0 \\ ay - z & = 0 \\ ax + 2ay + a^2z + 1 & = 0 \\ -x + (a - 2)y & = b \end{cases}$$

Esercizio 5. Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y' = x^2 y^2 - 4x^2$$

Trovare, se esiste, una soluzione tale che $y(3) = -2$.