

Istituzioni di Matematica
STC- Materiali- Applicativo
26 Settembre 2003

Esercizio 1. Studiare la funzione $y = (x-5)\sqrt[3]{x^2}$ e disegnarne il grafico.

Esercizio 2. Sia $f(x) = x^2 e^{-x}$.

a) Provare che f e' invertibile sull'intervallo $[0,2]$, e determinare il dominio della funzione inversa.

b) Calcolare $(f^{-1})'(\frac{1}{e})$.

Esercizio 3. Calcolare l'integrale $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{(1+x^2)^2} dx$.

Esercizio 4. Sia f una funzione derivabile due volte su tutto l'asse reale. Supponiamo che esistano tre punti distinti $x_1, x_2, x_3 \in [a, b] \subset \mathbb{R}$ tali che $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3) = 0$. Provare che allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f''(x_0) = 0$.

Risolvere uno a scelta degli esercizi 5 e 6.

Esercizio 5. Determinare al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$ la risolubilita' del sistema

$$\begin{cases} 3ax + y - az = 5a \\ x - 2y + az = 2 \\ x - y + 3az = 1 \end{cases}$$

Quando il sistema ha infinite soluzioni calcolarle.

Esercizio 6. Risolvere in campo complesso l'equazione:

$$|z|^2 - 2iz - (1-i)\bar{z} + 2(1+i) = 0.$$