

Istituzioni di Matematica
12 Gennaio 2004

Esercizio 1. Data la funzione $f(x) = \frac{\sqrt{x^3+1}}{5x}$

- a) Determinare il dominio di definizione di f
- b) Su quali intervalli la funzione e' crescente?
- c) Su quali intervalli e' concava?
- d) Trovare le coordinate di eventuali massimi, minimi e flessi.
- e) Se esistono asintoti, determinarli.
- f) Disegnare il grafico di f .

Esercizio 2. Dato il sistema

$$\begin{cases} x + y + \beta + 2\alpha z = 2 \\ -5x - \beta + \alpha z = 0 \\ x + \alpha y = \beta^2 \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

determinare per quali valori di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ esistono soluzioni e in tal caso calcolarle.

Esercizio 3. Calcolare l'integrale

$$\int \frac{\log(\sin x)}{\operatorname{tg} x} dx$$

Esercizio 4. Trovare le funzioni f , derivabili tali che

$$\int_0^x f(t) dt = [f(x)]^2$$

Esercizio 5. Siano $f(x) = 3 - 2\cos x$ e $g(x) = 1 + 2\sin x$. In quali punti $x \in [0, 2\pi]$ la distanza fra il grafico di f e quello di g e' massima?