

Istituzioni di Matematica
8 Giugno 2004

Esercizio 1. Data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 \log(x+1) + 2kx + k - 3x^2 & x > -1 \\ x^2 & x \leq -1 \end{cases}$$

- a) determinare $k \in \mathbb{R}$ in modo che f sia continua;
- b) per tale valore di k , f è derivabile con derivata continua su \mathbb{R} ?
- c) in caso affermativo, f è derivabile due volte su \mathbb{R} ?

Esercizio 2. Sia f una funzione continua $\forall x \in \mathbb{R}$ e supponiamo che f abbia valore massimo 10 e valore minimo -23. Per ognuna delle seguenti affermazioni dire quale deve essere vera, quale può essere vera e quale non può essere vera:

- a) Il massimo valore di $f(|x|)$ è 23; b) Il minimo valore di $f(|x|)$ è 0;
- c) Il massimo valore di $|f(x)|$ è 23; d) il minimo valore di $|f(x)|$ è 10.

Esercizio 3. Discutere al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la risolubilità del sistema

$$\begin{cases} 2kx + 4y + 2kz = 0 \\ x + ky + 3z = k - 2 \\ 2kx + 3y + kz = 2 - k \end{cases}$$

e interpretarne geometricamente i risultati.

Esercizio 4. Studiare la funzione $f(x) = x e^{\frac{1}{\log x}} - 5$ e disegnarne il grafico.

Esercizio 5. Trovare le radici $\alpha \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$(|z|^2 + 2z^4 \bar{z}^2)(\bar{z}^2 - 2z + 8) = 0.$$

Esercizio 6. Calcolare l'integrale

$$\int \frac{x dx}{x - 1 + 2\sqrt{1-x}}.$$