

Compito di Istituzioni di Matematica 11 Gennaio 2005

Esercizio 1. Esercizio 4. Risolvere il sistema

$$\begin{cases} 4x + 5y + (a+1)z = 1 \\ 2x - ay + 2z + 5 = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$

al variare di $a \in \mathbb{R}$.

Esercizio 2. Calcolare $\int \frac{\log(\operatorname{arctg}(\frac{x}{2}))}{4+x^2} dx$.

Esercizio 3. Determinare il dominio di definizione, asintoti e intervalli di concavita' e convessita' della funzione $f(x) = \log\left(\frac{e^{2x}}{|x-2|}\right)$..

Esercizio 4.

i) Provare che $\forall x \geq 1$ valgono le seguenti disequaglianze:

$$\log x \geq \frac{x-1}{x} \quad \text{and} \quad \log x \leq x-1$$

ii) Provare che se $a > b > 0$

$$\frac{1}{a} \leq \frac{\log a - \log b}{a - b} \leq \frac{1}{b}$$

(Usare le disequaglianze del punto i))

Esercizio 5. Determinare l'area della porzione di piano compresa fra il grafico della funzione $f(x) = \log\left(x - \frac{3}{e}\right)$, l'asse delle ascisse e le rette

$$x = \frac{4}{e} \quad \text{e} \quad x = e + \frac{3}{e}$$