

**Istituzioni di Matematica**  
**31 Gennaio 2005**

**Esercizio 1.** Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\log(1+2x)} - \frac{1}{x} & -\frac{1}{2} < x < 0 \\ x e^{-\frac{1}{x}} - \frac{1}{3}x & 0 < x < \pi \end{cases}$$

- a) decidere se si puo' estendere con continuita'  $f$  in  $x=0$ .  
b) dire se, in tal caso, la funzione ottenuta estendendo  $f$  e' derivabile.

**Esercizio 2.** Siano  $f(x)=1+x$ ,  $g(x)=\arctg(x)$  e  $h(x)=\log(x)$  .

- i) scrivere  $h \circ g \circ f$  ,  
ii) determinare il dominio di definizione di  $h \circ g \circ f$  ,  
iii) decidere se  $h \circ g \circ f$  e' invertibile. In caso affermativo, detta  $F$  la funzione inversa, calcolare  $F'(\log(\frac{\pi}{3}))$  .

**Esercizio 3.** Dato il sistema

$$\begin{cases} 4x + ky + z = 3 \\ 2y - kz = 1 \\ x + 2y + z = 4 \end{cases}, k \in \mathbb{R}$$

discutere la sua risolubilita' al variare di  $k \in \mathbb{R}$  .

**Esercizio 4.** Data la funzione  $f(x)=\log(\sqrt{1+x^2})+x$  trovare una primitiva  $F$  di  $f$  tale  $F(0)=5$ .

**Esercizio 5.** Esprimere  $\alpha=1+\sqrt{3}i$  e  $\beta=\frac{2i-1}{2+i}+1 \in \mathbb{C}$  in forma trigonometrica e risolvere l'equazione  $\alpha^2 z^4 + \beta = 0$  .