

Compito di Istituzioni di Matematica 12 Settembre 2005

Esercizio 1. Data la retta $r = \begin{cases} x - y + z - 1 = 0 \\ y + z - 2 = 0 \end{cases}$ e i punti $P = (0, 3, 1)$ e $Q =$

$(2, 0, 1)$:

- a) scrivere l'equazione del piano perpendicolare ad r e passante per P ,
- b) scrivere l'equazione del piano passante per P e Q e perpendicolare ad r ,
- c) scrivere l'equazione della retta s passante per P e Q ,
- d) determinare la posizione reciproca di r ed s .

Esercizio 2. Dire se la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} & \text{per } x < 0 \\ 1 + e^{-\frac{1}{\sin x}} & \text{per } 0 < x < \pi \end{cases}$$

è estendibile con continuità in $x=0$. In tale caso la funzione estesa è derivabile in $x=0$?

Esercizio 3. Determinare il dominio di definizione, asintoti, intervalli di crescita e decrescenza, massimi e minimi della funzione

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1-x}{1+x} \quad \dots$$

Esercizio 4. Calcolare il valore medio della funzione $f(x) = \log^2 x$, nell'intervallo $[e, e^2]$.

Esercizio 5. Risolvere a scelta uno dei seguenti esercizi:

a) Trovare le radici complesse dell'equazione: $z^4 - \frac{3|z^2|}{(1-i)^4} = 0$.

b) Risolvere l'equazione differenziale:

$$(1+x^2)y' - xy - x - x^3 = 0.$$