

Istituzioni di Matematica
15 Gennaio 2007

Esercizio 1. Data la funzione

- a) Determinare il dominio di esistenza di f
- b) Su quali intervalli la funzione e' crescente e su quali decrescente?
- c) Trovare le coordinate di massimi e minimi locali e flessi.
- d) Su quali intervalli e' concava?
- e) Esistono asintoti?
- f) Disegnare il grafico di f .
- g) Dire quante soluzioni vi sono dell'equazione $f(x)=k$, al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Esercizio 2. Calcolare l'integrale improprio

$$\int_{\sqrt{3}}^{+\infty} \frac{1}{x^2(x^2+1)} dx$$

Esercizio 3. Dato il sistema

$$\begin{cases} 2x + ay + 3z = 1 \\ -x + y + z = b + 2 \\ x - y + z = 2 \end{cases}$$

- i) determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ il sistema ha una sola soluzione,
- ii) determinare per quali valori di $a, b \in \mathbb{R}$ il sistema ha soluzioni e in tal caso calcolarle

Esercizio 4. Risolvere a scelta uno dei seguenti esercizi:

a) Scrivere il numero complesso $z = \frac{(i-1)^6}{i^7+1}$ in forma algebrica.

b) Dimostrare per induzione che per ogni numero naturale $n \geq 3$ vale $2^n > n + 3$

Esercizio 5. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$r = \begin{cases} y' + \frac{xy}{x^2+1} = \frac{x}{(x^2+1)^2} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$