

Istituzioni di Matematica
2 Febbraio 2007

Esercizio 1. Discutere al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la risolubilita' del sistema

$$\begin{cases} 2x + (1-k)y + (1+k)z = 2 \\ x + kz = 1 \\ -2x + ky + z = -1 \end{cases}$$

e interpretare geometricamente i risultati.

Esercizio 2. Trovare una funzione f derivabile su tutto \mathbb{R} , tale che $f(1)=-1$, $f(4)=7$ e $f'(x)>3$ per ogni x o dire perche' non esiste. (Giustificare le risposte).

Esercizio 3. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\pi^2} \frac{\cos(2\sqrt{x}) \operatorname{sen} \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx.$$

Esercizio 4. Data la funzione $f = \frac{x^2 + x - 2}{x e^{2x}}$

- a) Determinare il dominio di esistenza di f
- b) Su quali intervalli la funzione e' crescente e su quali decrescente?
- c) Trovare le coordinate di massimi e minimi locali e flessi.
- d) Su quali intervalli e' concava?
- e) Esistono asintoti?
- f) Disegnare il grafico di f .
- g) Dire quante soluzioni vi sono dell'equazione $f(x)=k$, al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Esercizio 5. Risolvere a scelta uno dei seguenti esercizi:

a) Data la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

- i) calcolare il polinomio caratteristico di A
- ii) trovare autovalori autovettori di A
- iii) A e' diagonalizzabile? Perche'? In caso trovare S e D tali che $S^{-1}AS = D$.

b) Trovare le radici $\alpha \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$(z^5 + 2(1+i)\bar{z})(z^2 - 2\bar{z} + 3) = 0.$$