

Istituzioni di Matematica

1 Giugno 2007

Esercizio 1. Provare che la funzione $f(x) = \sqrt{1+x^3}$ e' invertibile sul suo dominio di definizione. Calcolare $D(f^{-1})(3)$.

Esercizio 2. Data la funzione $f(x) = \frac{1}{2}x^2(3 - 2\log x) + 1$

- Determinare il dominio di esistenza di f
- Su quali intervalli la funzione e' crescente e su quali decrescente?
- Trovare le coordinate di massimi e minimi locali e flessi.
- Su quali intervalli e' concava?
- Disegnare il grafico di f .
- Trovare l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x=1$

Esercizio 3. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} x^2 \arcsen(x) dx .$$

Esercizio 4. Trovare l'equazione del piano π passante per i punti

$P_1=(1,2,1)$, $P_2=(0,3,1)$ e $P_3=(2,0,2)$. Sia r_a la retta passante per $Q=(1,1,1)$ e $Q_a=(a,2,1)$ con $a \in \mathbb{R}$. Determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ r_a non interseca π .

Esercizio 5. Risolvere a scelta uno dei seguenti esercizi:

a) Calcolare le soluzioni dell'equazione $y' + 5y = 26 \sen(x)$. Se $y(x)$ e' la soluzione tale che $y(0) = -1$, quanto vale $y(\pi)$?

b) Risolvere in campo complesso l'equazione $z^{10} + (1-i)z^5 = i$.