

Istituzioni di Matematica
17 Settembre 2007

Esercizio 1. Provare che le rette:

$$r = \begin{cases} x + y - z = -2 \\ 2x - z = 0 \end{cases} \quad s = \begin{cases} x + y - 3z = 1 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

sono sghembe e trovare la loro distanza.

Esercizio 2. Trovare l'equazione della retta tangente al grafico dell'iperbola di equazione $xy=4$ in un punto P .

- a) Provare che il punto medio del segmento ottenuto intersecando la retta tangente con gli assi coordinati e' P .
- b) Calcolare l'area del triangolo formato dalla retta tangente e dagli assi coordinati e verificare che non dipende dal punto P scelto sull'iperbole.

Esercizio 3. Calcolare l'integrale

$$\int_{e^2}^{e^4} \frac{(\log \log x)^2}{x} dx.$$

Esercizio 4. Data la funzione $f = \frac{x}{x - 2\sqrt{x}}$

- a) Determinare il dominio di esistenza di f
- b) Su quali intervalli la funzione e' crescente e su quali decrescente?
- c) Trovare le coordinate di massimi e minimi locali e flessi, se esistono.
- d) Su quali intervalli e' concava?
- e) Esistono asintoti?
- f) Disegnare il grafico di f .

Esercizio 5. Risolvere a scelta uno dei seguenti esercizi:

a) Data la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

i) trovare autovalori autovettori di A

ii) A e' diagonalizzabile? Perche'? In caso trovare S e D tali che $S^{-1}AS = D$.

b) Trovare le radici $\alpha \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$(|z|^2 + i \operatorname{Im}(z) - z^2 - (8 + 6i))(z^5 + 32i) = 0.$$