

Istituzioni di Matematica
CIA
3 Giugno 2009

Esercizio 1. Determinare gli eventuali asintoti e punti di massimo e minimo, relativi e assoluti, della funzione $f(x) = \frac{\log^3(x)}{x^2}$.

Esercizio 2. Data la funzione $f(x) = e^{\frac{1}{\log(x)}}$

- a) determinarne il dominio di definizione
- b) scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x=e$
- c) Provare che f e' invertibile su $(1, +\infty)$
- d) detta $g(y)$ la funzione inversa di f scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di g nel punto di ascissa $y = e$

Esercizio 3. Sia $a \in \mathbb{R}$ e sia S_a l'insieme delle soluzioni del sistema:

$$\begin{cases} ax - (a+2)y + z = -1 \\ (3+a)y - z = 0 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$$

Determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$:

- a) S_a e' vuoto
- b) S_a e' un punto di \mathbb{R}^3
- c) S_a e' una retta in \mathbb{R}^3 .

Esercizio 4. Calcolare l'integrale improprio $\int_0^1 x \operatorname{sen}(\log(x)) dx$

Esercizio 5. Trovare tutte le radici complesse del polinomio

$$p(x) = x^{10} + 15x^5 - 16 \in \mathbb{R}[x].$$