

**Istituzioni di Matematica**  
**17 Dicembre 2010**

**Esercizio 1.** Data la matrice  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

- a) Calcolare gli autovalori e gli autovettori di  $A$
- b) La matrice e' diagonalizzabile? Giustificare la risposta.

**Esercizio 2.** Discutere al variare dei parametri  $a, b \in \mathbb{R}$  la risolubilita' del sistema

$$\begin{cases} x + y + 3z = b \\ x + 2y + z + at = 1 \\ x + 3y - z + 2t = 1 \end{cases}$$

e determinarne le soluzioni.

**Esercizio 3.** Data la funzione  $f(x) = \frac{2x(x+1)-3}{e^{2x}}$  :

- a) determinarne massimi e minimi locali e assoluti.
- b) determinare il numero di soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$  , al variare di  $k \in \mathbb{R}$  . Giustificare le risposte.

**Esercizio 4.** Calcolare l'area della regione sottesa dal grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x}{\cos^2(x)} , \text{ relativamente all'intervallo } \left[ -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right] .$$

**Esercizio 5.** Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = y + \frac{e^x}{\sin(x)} \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \end{cases}$$