

# Istituzioni di Matematica

## 30 Giugno 2010

**Esercizio 1.** Sia  $f(x) = (4 - x^2) \log(4 - x^2)$

- a. Determinare il dominio di definizione
- b. Su quali intervalli la funzione e' crescente?
- c. Trovare le coordinate di massimi e minimi locali.
- d. Se esistono asintoti, determinarli.
- e. Disegnare il grafico di  $f$ .
- f. Dire se  $f$  e' prolungabile con continuita' nei punti in cui non e' definita.

**Esercizio 2.** Data la funzione  $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2x+4}}$  calcolarne il valore medio  $m$  sull'intervallo  $[6,16]$ . Verificare che  $m = \frac{1}{10} \log\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$ .

**Esercizio 3.** Dato il sistema

$$\begin{cases} x + 2ay + z = 0 \\ 4x - 6y - az = c \\ 3x + 2z = 0 \end{cases}$$

- a) determinare per quali valori del parametro  $a \in \mathbb{R}$  esistono soluzioni non banali;
- b) per tali valori trovare le soluzioni del sistema;
- c) dare un'interpretazione geometrica dei risultati ottenuti.

**Esercizio 4.** Trovare le radici complesse dell'equazione:

$$(z^6 - 3|z^2|)(z^2 - 4\bar{z} + 4) = 0.$$

**Esercizio 5.** Risolvere l'equazione differenziale:

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{1 + y^2} y' = (2x - 1) \operatorname{arctg} y.$$