

**Istituzioni di Matematica- II Prova Intermedia**  
**CIA**  
**18 Maggio 2012**

**Esercizio 1.** Sia  $f$  una funzione continua  $\forall x \in \mathbb{R}$  e supponiamo che  $f$  abbia valore massimo 7 e valore minimo -9. Per ognuna delle seguenti affermazioni dire quale deve essere vera, quale puo' essere vera e quale non puo' essere vera: (giustificare le risposte)

- a) Il massimo valore di  $f(|x|)$  e' 9.
- b) Il minimo valore di  $f(|x|)$  e' 0.
- c) Il massimo valore di  $|f'(x)|$  e' 9.
- d) Il minimo valore di  $|f'(x)|$  e' 7.

**Esercizio 2.** Sia  $f(x) = \sin^2(x) + \cos(x)$ .

- a) determinare massimi e minimi relativi e assoluti della funzione  $f$ , sull'intervallo  $[-\pi, \pi]$ .
- b) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto di ascissa  $x = \frac{\pi}{2}$ .
- c) trovare il numero di soluzioni dell'equazione  $\sin^2(x) + \cos(x) = k$  al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , nell'intervallo  $[-\pi, \pi]$ .

**Esercizio 3.** Calcolare l'area della regione sottesa dal grafico della funzione  $f(x) = \log((x+1)^{(x-2)})$  sull'intervallo  $[1, 3]$ .

**Esercizio 4.** Calcolare le soluzioni dell'equazione differenziale

$$x y' + 2y - \frac{\sin(4x)}{x} = 0.$$

Se  $y(x)$  e' la soluzione tale che  $y(\pi) = 0$ , quanto vale  $y(\frac{\pi}{3})$  ?