

Istituzioni di Matematica- II Prova Intermedia
CIA
19 Aprile 2013

Esercizio 1. Sia $f(x) = \frac{x^2}{\log(|x|)-1}$. Determinare:

- a) Il dominio, i limiti agli estremi, ed eventuali asintoti.
- b) Gli intervalli di monotonia.
- c) l'immagine di f .
- d) Il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = 3$
- e) Discutere la continuita' e derivabilita' in $x=0$ della funzione g definita da:

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{per } x \neq 0 \\ 0 & \text{per } x = 0 \end{cases}$$

Esercizio 2. Sia f una funzione derivabile due volte sull'intervallo $I = (-5, 0)$. Se $f(-4) = f(-2) = f(-1) = 6$, provare che esiste $x_0 \in I$ tale che $f''(x_0) = 0$.

Esercizio 3. Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' - \cos(x)y = \cos(x)\sin(x) \\ y(5\pi) = 3 \end{cases}$$

Esercizio 4. Risolvere a scelta uno dei seguenti esercizi:

- a) Calcolare le radici complesse dell'equazione:

$$\frac{z+3}{z+3i} = 1-i$$

- b) Si consideri la zona del piano con $x > 1$ e compresa fra l'asse delle ascisse e il grafico della funzione $y = \frac{1}{x^4}$. Calcolarne il baricentro.