

**Istituzioni di Matematica- III Prova Intermedia**  
**CIA**  
**30 Maggio Aprile 2013**

**Esercizio 1.** Sia  $f(x) = x - \log(x^2 - x)$ . Determinare:

- a) Il dominio, i limiti agli estremi, ed eventuali asintoti.
- b) Gli intervalli di monotonia.
- c) l'immagine di  $f$ .
- d) Il numero di soluzioni dell'equazione  $f(x) = 0$ .

**Esercizio 2.** Calcolare l'area del trapezoide sotteso dalla funzione

$$f(x) = \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \text{ sull'intervallo } [2, 5].$$

**Esercizio 3.** i) Discutere, al variare dei parametri  $a, b \in \mathbb{R}$  la risolubilita' del sistema

$$\begin{cases} x + 2y - z = b \\ x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + az = 0 \end{cases}$$

e interpretare geometricamente i risultati.

ii) Risolvere il sistema per  $a = b = 1$ .

**Esercizio 4.** Risolvere a scelta uno dei seguenti esercizi:

a) Sia  $D$  la corona circolare di centro l'origine e compresa tra i raggi 3 e 5,

calcolare  $\int \int_D \frac{1}{x^2 + y^2} dx dy$

b) Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} x'''(t) - 9x'(t) = 0 \\ x(0) = 1 \\ x'(0) = 0 \\ x''(0) = 0 \end{cases}$$

