

Istituzioni di Matematica - CIA
II Verifica Intermedia
2 Aprile 2014

Esercizio 1. Provare che l'equazione $x^3 - 4x^2 + 10x - 8 = 0$ ha una sola soluzione reale α e che $\alpha \in (1, \sqrt{2})$.

Esercizio 2. Provare che la funzione $f(x) = \frac{2x^2-1}{x^2+1}$ è invertibile su $\mathcal{D} = [0, +\infty)$. Calcolare il dominio della funzione inversa e $(Df^{-1})(\frac{1}{2})$.

Esercizio 3. Al variare del parametro reale $h \in \mathbb{R}$ si considerino le matrici

$$A_h = \begin{pmatrix} 1 & h-1 & h-3 \\ 1+h & -1 & 1+h \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

- a) Si determinino i valori di $h \in \mathbb{R}$ per cui A_h è diagonalizzabile.
- b) Si determini la dimensione di $\text{Ker } B$ e una base di $\text{Im } B$.
- c) Si determinino i valori di $h \in \mathbb{R}$ per cui $\text{Im } B$ coincide con un autospazio di A_h .

Esercizio 4. Sia $f(x) = \frac{e+x}{\log(x+e)}$:

- a) Trovare il dominio di definizione \mathcal{D} di f .
- b) Determinare $\{x \in \mathcal{D} \mid f(x) < 0\}$.
- c) Determinare gli eventuali asintoti.
- d) Trovare le coordinate di massimi e minimi relativi e assoluti e gli intervalli di crescita e decrescenza di f .
- e) Determinare gli eventuali flessi e su quali intervalli la funzione è convessa.
- f) disegnare il grafico di f
- g) Quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = 1$?