

**Istituzioni di Matematica - CIA**  
**II Verifica Intermedia**  
**17 Aprile 2015**

**Esercizio 1.** Per ciascuna delle seguenti affermazioni, dire se è vera o se è falsa, giustificando la risposta.

- i) Sia data la funzione  $f(x) = \sin(2x - 5)$ ; allora
- (1) il dominio di  $f$  è  $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq 2x - 5 \leq 5\}$
  - (2)  $Im(f) = [-1, 1]$
  - (3)  $f$  ha periodo  $T = \pi + \frac{5}{2}$
  - (4)  $f$  ha periodo  $T = \pi$ .
- ii) Sia  $g(x) = |2x| - x$ . Allora
- (1)  $g$  non è continua su  $\mathbb{R}$
  - (2)  $g$  ha un punto di minimo
  - (3) esiste un intervallo in cui  $g$  è negativa
  - (4) dato che  $g(1) = g(-\frac{1}{3}) = 1$  esiste un punto  $c \in (-\frac{1}{3}, 1)$  tale che  $g'(c) = 0$ .
- iii) La funzione  $h(x) = \frac{e^x}{|x|-1}$
- (1) ha un punto di minimo relativo
  - (2) non ha punti a tangente orizzontale
  - (3) ha un punto di massimo relativo in  $x_0 = 1$
  - (4) si può applicare ad  $h$  il teorema di Lagrange nell'intervallo  $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ .

**Esercizio 2.** Dire se la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\arctg(x)}{x} & x < 0 \\ 1 + e^{-\frac{1}{\sin(x)}} & 0 < x < \pi \end{cases}$$

è estendibile con continuità in  $x = 0$  e in tal caso se è derivabile.

**Esercizio 3.** i) Provare che esistono due valori di  $a \in \mathbb{R}$  tali che i piani  $\pi_1 : 3x + 2z = 0$ ,  $\pi_2 : 4x - 6y - az = 0$  e  $\pi_3 : x + 2ay + z = 0$  si intersecano in una retta e determinare le equazioni di tali rette.

ii) La retta di equazione

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 6t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

è perpendicolare a una delle due rette ottenute in i) ?

**Esercizio 4.** Decidere se la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

è invertibile e in caso affermativo calcolare la sua inversa.

**Esercizio 5.** Sia  $\alpha = 2i(-1+i) + \overline{(\sqrt{3}+i)^3} + (1+i)\overline{(1+i)} \in \mathbb{C}$ . Calcolare le radici terze di  $\alpha$  ed esprimerle in forma algebrica.