

Prima Prova Intermedia
Istituzioni di Matematiche I
22 Novembre 2004
Compito A

Esercizio 1. Data la funzione $f(x) = \frac{\sqrt{27-3^x}}{\log(x^3-1)}$, studiarne il dominio di definizione $A \subset \mathbb{R}$ e determinare per quali valori di $x \in A$ si ha che $f(x) < 0$.

Esercizio 2. Dati i vettori $v_1 = (a, 1, a)$ e $v_2 = (a+1, 2a, 2)$ determinare per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ sono perpendicolari. Per uno di tali valori determinare l'equazione del piano perpendicolare a v_2 e passante per il punto $P = (2, 1, 1)$.

Esercizio 3. Dato il sistema

$$\begin{cases} x + az = a \\ -2ax + ay = 1 \\ -3x + 2y + 2z = a + 1 \end{cases}$$

determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ il sistema non ha soluzioni.

Esercizio 4. Risolvere in campo complesso l'equazione:

$$(2z^2 - 2(\operatorname{Re} z)^2 - \bar{z} + 5)\left(z^6 + \frac{2}{(1+i)^4}\right).$$

Esercizio 5. Risolvere a scelta uno dei seguenti esercizi:

a) Data la funzione $g(t) = 3 - 4 \operatorname{sen}\left(\frac{t}{\pi}\right)$, determinarne l'ampiezza, il periodo e disegnarne il grafico.

b) Determinare le soluzioni dell'equazione $x^2 + 2x + 1 = |x^3 + 1|$.