

Prova Intermedia
Istituzioni di Matematiche I
21 Dicembre 2007

Esercizio 1. Data la funzione $f(x) = \frac{\sqrt{2-x^2} - 2x + 1}{e^x - e^{-x}}$, studiarne il dominio di definizione $A \subset \mathbb{R}$ e determinare per quali valori di $x \in A$ si ha che $f(x) < 0$.

Esercizio 2. Data la funzione $g(t) = 6 - 5 \operatorname{sen}\left(\frac{t}{2}\right)$, determinarne l'ampiezza, il periodo e disegnarne il grafico. Per quali valori di t $g(t) > \cos(t)$?

Esercizio 3. Dato il sistema

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 1 \\ ay + z = 2 \\ x + y + az = b \end{cases}$$

determinare per quali valori di $a, b \in \mathbb{R}$ il sistema ha soluzioni e interpretare geometricamente i risultati.

Esercizio 4. Risolvere in campo complesso l'equazione:

$$(iz^2 - 2z + 3i)(z^4 + 4) = 0.$$

Esercizio 5. Risolvere a scelta uno dei seguenti esercizi:

a) Sia $p(x) = x^3 + ax - 3$, $a \in \mathbb{R}$. Per quali valori di a il polinomio è irriducibile su \mathbb{Z} ? Esistono valori per cui il polinomio è irriducibile su \mathbb{R} ?

b) Dati i vettori $v_1 = (-1, 2, a)$ e $v_2 = (3, -a, a)$ determinare per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ sono ortogonali. Per uno di tali valori determinare l'equazione del piano che contiene sia v_1 che v_2 .