

**Istituzioni di Matematica – IV Verifica**  
**21 Maggio 2010**

**Esercizio 1.** Data la matrice  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,

- 1) Calcolare gli autovalori di  $A$
- 2) Costruire una matrice  $S$  invertibile e  $D$  matrice diagonale tali che  $S^{-1}AS = D$

**Esercizio 2.** Data l'equazione  $x \log^2(x) = k$ ,  $k \in \mathbb{R}$  determinarne il numero di soluzioni al variare di  $k \in \mathbb{R}$ .  
Giustificare le risposte.

**Esercizio 3.** Provare che per  $x > 0$  la funzione  $F(x) = \int_2^x \frac{1 - \sin^2(t)}{t} dt$  è strettamente monotona.

**Esercizio 4.** Calcolare l'area della regione sottesa dal grafico della funzione  $f(x) = \sin(x) - \sin^2(x)$  relativamente all'intervallo  $[-\pi, \pi]$ .

**Esercizio 5.** Risolvere l'equazione differenziale  $y'' + 2y' + y = \log(x)e^{-x}$