

Compitino di Matematica I del 12/12/2000

Esercizio 1.1. Sia $f(x) = 3x + 2\sqrt[3]{x^2}$

- (1) La funzione f è derivabile su tutto il dominio di definizione?
- (2) Su quali intervalli la funzione è crescente?
- (3) Su quali intervalli è concava?
- (4) Trovare le coordinate di massimi e minimi locali.
- (5) Esistono asintoti?
- (6) Disegnare il grafico di $f(x)$.

Esercizio 2. Determinare per quali valori di $b \in \mathbb{R}$ la seguente funzione è continua. Esistono valori di b per cui è derivabile? Giustificare le risposte.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2\operatorname{sen}(x) + 2}{3\pi - 2x} & \frac{3\pi}{2} < x \leq 2\pi \\ \frac{2x^2 - 7\pi x + 2b\pi}{2\pi} & x \leq \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

Esercizio 3. Data l'equazione

$$5xe^{-x} - 1 = 0$$

provare che ha almeno una soluzione, (giustificare la risposta). Determinare un intervallo di ampiezza $1/4$ che contenga la soluzione.

Esercizio 4. Sia

$$f(x) = 3x + \log(x - 2).$$

Provare che $f(x)$ è invertibile per $x \geq 3$ e calcolare la derivata della funzione inversa $f^{-1}(y)$ in $y_0 = 9$.

Compitino di Matematica I del 12/12/2000

Esercizio 1.1. Sia $f(x) = 2x + 3\sqrt[3]{x^2}$

- (1) La funzione f è derivabile su tutto il dominio di definizione?
- (2) Su quali intervalli la funzione è crescente?
- (3) Su quali intervalli è concava?
- (4) Trovare le coordinate di massimi e minimi locali.
- (5) Esistono asintoti?
- (6) Disegnare il grafico di $f(x)$.

Esercizio 2. Determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la seguente funzione è continua. Esistono valori di b per cui è derivabile? Giustificare le risposte.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(x)}{x - 2\pi} & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ \frac{2x^2 - 7\pi x + 2a\pi}{2\pi} & x \geq 2\pi \end{cases}$$

Esercizio 3. Data l'equazione

$$8xe^{-x} - 3 = 0$$

provare che ha almeno una soluzione, (giustificare la risposta). Determinare un intervallo di ampiezza $1/4$ che contenga la soluzione

Esercizio 4. Sia

$$f(x) = 2x + \log(x - 3).$$

Provare che $f(x)$ è invertibile per $x \geq 4$ e calcolare la derivata della funzione inversa $f^{-1}(y)$ in $y_0 = 8$.

Compitino di Matematica I del 12/12/2000

Esercizio 1.1. Sia $f(x) = 4x + 3\sqrt[3]{x^2}$

- (1) La funzione f è derivabile su tutto il dominio di definizione?
- (2) Su quali intervalli la funzione è crescente?
- (3) Su quali intervalli è concava?
- (4) Trovare le coordinate di massimi e minimi locali.
- (5) Esistono asintoti?
- (6) Disegnare il grafico di $f(x)$.

Esercizio 2. Determinare per quali valori di $b \in \mathbb{R}$ la seguente funzione è continua. Esistono valori di b per cui è derivabile? Giustificare le risposte.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 7\pi x + 2b\pi}{2\pi} & x \geq 2\pi \\ \frac{3 + 3\cos(x)}{\pi - x} & 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

Esercizio 3. Data l'equazione

$$7xe^{-x} - 2 = 0$$

provare che ha almeno una soluzione (giustificare la risposta). Determinare un intervallo di ampiezza $1/4$ che contenga la soluzione.

Esercizio 4. Sia

$$f(x) = 4x + \log(x - 1).$$

Provare che $f(x)$ è invertibile per $x \geq 2$ e calcolare la derivata della funzione inversa $f^{-1}(y)$ in $y_0 = 8$.

Compitino di Matematica I del 12/12/2000

Esercizio 1.1. Sia $f(x) = 5x + 2\sqrt[3]{x^2}$

- (1) la funzione f è derivabile su tutto il dominio di definizione?
- (2) Su quali intervalli la funzione è crescente?
- (3) Su quali intervalli è concava?
- (4) Trovare le coordinate di massimi e minimi locali.
- (5) Esistono asintoti?
- (6) Disegnare il grafico di $f(x)$.

Esercizio 2. Determinare per quali valori di $b \in \mathbb{R}$ la seguente funzione è continua. Esistono valori di b per cui è derivabile? Giustificare le risposte.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{10\sin(x) - 10}{2x - \pi} & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ \frac{2x^2 - 7\pi x + 2b\pi}{2\pi} & x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Esercizio 3. Data l'equazione

$$4xe^{-x} - 1 = 0$$

provare che ha almeno una soluzione, (giustificare la risposta). Determinare un intervallo di ampiezza $1/4$ che contenga la soluzione.

Esercizio 4. Sia

$$f(x) = 2x + \log(x - 4).$$

Provare che $f(x)$ è invertibile per $x \geq 5$ e calcolare la derivata della funzione inversa $f^{-1}(y)$ in $y_0 = 10$.