Istituzioni di Matematiche- Esercizi

Esercizio 1. Trovare le coordinate cartesiane dei punti le cui coordinate polari sono:

$$(2\sqrt{2},\frac{3}{4}\pi)\ ,\ (4,\frac{\pi}{6})\ ,\ (\sqrt{2},\frac{\pi}{4})\ ,\ (\frac{2}{3,}-\frac{2}{3}\pi).$$

Esercizio 2. Trovare le coordinate polari dei punti le cui coordinate cartesiane sono:

$$(3,\sqrt{27})\ ,\ (0,-3)\ ,\ (\frac{1}{2,}-\frac{\sqrt{3}}{2})\ ,\ (-\sqrt{6}-\sqrt{2},\sqrt{6}+\sqrt{2}).$$

3.Dati i punti $A_1=(1,2)$, $A_2=(-3,3)$ e $A_3=(0,-5)$ nel sistema di riferimento Oxy trovare le loro coordinate nel sistema ottenuto traslando il sistema dato nel punto $O'=(2,-1)$.

Esercizio 4. Nel sistema di riferimento Oxy il punto A ha coordinate (5,2) e nel sistema traslato O'XY ha coordinate (1,3). Quali sono le coordinate di O' nel sistema Oxy?

Esercizio 5.Dati i punti $A_1=(1,3)$ e , $A_2=(1,-\sqrt{5})$ quali sono le loro coordinate nel sistema di riferimento O'XY ottenuto assumendo come nuova origine O'=(1,-2) e ruotando gli assi di un angolo $\theta=\frac{\pi}{3}$?

Esercizio 6. Trovare la trasformazione ϕ che ad ogni punto P=(x,y) del piano cartesiano associa il suo simmetrico P'=(x',y') rispetto alla retta di equazione y=x+1 e provare che ϕ e' una isometria.

Esercizo 7. Dati i vettori $v_1=(1,3,-1)$, $v_2=(2,-1,1)$ e $v_3=(3,0,2)$

a) determinare la loro lunghezza
b) determinare la lunghezza di v_1+v_2 , v_2-v_3 e $5v_3$
b) decidere quali dei vettori sono tra loro perpendicolari.

Esercizio 8. Dati i punti $A_1=(2,0,1)$, $A_2=(1,3,4)$ e $A_3=(3,1,2)$ determinare :

a) il punto medio del segmento A_1A_2
b) l'equazione della retta r passante per A_1A_2
c) l'equazione della retta perpendicolare ad r e passante per A_3 .

Esercizio 9. Dati i piani :

$\pi_1: 2x+\alpha y+\alpha z=0$, $\pi_2:\beta x+\alpha y+\alpha z=0$, $\pi_3:\beta x+\alpha z=0$,

Per quali valori di $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$, intersecando π_1,π_2,π_3 si ottiene un punto, una retta o un piano? Scrivere le equazioni di questi luoghi.

Esercizio 10. 11. Data la retta $r=\begin{cases}2x+y+3z+4=0\\ x+2y+3z=1\end{cases}$ determinare per quali valori di $a\in\mathbb{R}$ la retta s passante per $P=(2,1,1)$ e $Q=(a,-1,3)$ e' parallela ad r .Esistono valori di $a\in\mathbb{R}$ per cui le rette sono sgembe?

Esercizio 11.Dato il vettore A=(2,3,1) scrivere l'equazione:

a) del piano ad esso perpendicolare e passante per O
b) del piano ad esso perpendicolare e passante per B=(1,-1,2)
c) del piano ad esso parallelo e passante per O
d) del piano ad esso parallelo e passante per B=(1,1,5).

Esercizio 12. Scrivere l'equazione parametrica della retta r passante per l'origine, che interseca la retta s di equazione $s=\begin{cases} x=t+1 \\ y=t+3 \\ z=t \end{cases}$ ed e' parallela al piano $\pi : x-y+2z-1$

Esercizio 13. Determinare la posizione reciproca delle rette:

$$r_1=\begin{cases} x+2y+3z-4=0 \\ 5x+7y+9z-8=(\end{cases} \quad r_2=\begin{cases} 2x+4y+6z-8=(\\ x+y+2z+1=0 \end{cases}$$

Esercizio 15. Determinare la distanza del punto P=(2,1,3) dalla retta di equazione
$\begin{cases} 2x+4y+6z-8=(\\ x+y+2z+1=0 \end{cases}$

Esercizio 16. Data la retta $r=\begin{cases} x-z-1=0 \\ y+z=0 \end{cases}$

a) scrivere l'equazione parametrica di r ;
b) determinare l'equazione del piano parallelo alla retta r e passante per il punto $P=(1,-1,1)$ tale che abbia distanza $\frac{1}{\sqrt{2}}$ da r ; tale piano e' unico?

Esercizio 17. Dato il piano π di equazione $x-y-2=0$ e la retta r di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=t-1 \end{cases}$$

a) determinare la posizione reciproca di r e π.
b) trovare la distanza di r da π.
c) determinare l'equazione del piano contenente r e perpendicolare a π.
d) trovare l'equazione della retta s simmetrica di r rispetto a π. .

Esercizio 18. Trovare i piani paralleli alla retta *r* di equazioni $\begin{cases} x=2z \\ y=5 \end{cases}$ perpendicolari al piano di equazione $2x+y=3$ e distanti 1 dal punto $P=(0,0,2)$.

Esercizio 19. Data la retta $r=\begin{cases} x-y+z-1=0 \\ y+z-2=0 \end{cases}$ e i punti **P**=(0,3,1) e **Q**=(2,0,1):

a) scrivere l'equazione del piano perpendicolare ad *r* e passante per **P,**
b) scrivere l'equazione del piano passante per **P** e **Q** e perpendicolare ad *r*,
c) scrivere l'equazione della retta *s* passante per **P** e **Q**,
d) determinare la posizione reciproca di *r* ed *s*.

Esercizio 20. Data la retta $r=\begin{cases}2x+y+3z+4=0\\ x+2y+3z=1\end{cases}$ determinare per quali valori di $a\in\mathbb{R}$ la retta s passante per $P=(2,1,1)$ e $Q=(a,-1,3)$ e' parallela ad r .Esistono valori di $a\in\mathbb{R}$ per cui le rette sono sgembe?

Esercizio 21. Dati i vettori $v_1=(a,1,a)$ e $v_2=(a+1,2a,2)$ determinare per quali valori del parametro $a\in\mathbb{R}$

i) i vettori sono paralleli. Per uno di tali valori determinare l'equazione del piano perpendicolare a v_1 e passante per il punto $P=(2,1,1)$.

I vettori sono ortogonali. Per uno di tali valori determinare l'equazione del piano che li contiene.

Esercizio 22. Data la retta *r* passante per il punto (0,1,2) e parallela al vettore (-1,1,-1) e dato il punto P=(2,3,5):

a) determinare l'equazione cartesiana del piano π passante per P e contenente *r* ;

b) trovare l'equazione del piano passante per P e perpendicolare ad *r;*

c) trovare l'equazione della retta passante per P e perpendicolare ad *r.*

Esercizio 23. Date le rette *r :* X=(1,0,2)+t(1,1,-1) *e* $s=\begin{cases}x+2y+3z=0\\ 2x+y+3z=3\end{cases}$ determinare:

i) la posizione reciproca di *r* ed *s;*

ii) la distanza fra *r* ed *s.*

Esercizio 24. a) Dato il punto P=(4,1,2) ed il vettore Q=(2,0,1), scrivere l'equazione della retta *r* passante per P e parallela a Q,

b) Se π e' il piano passante per i punti A =(1,2,3), B=(0,0,5), C=(2,-1,1), verificare che π e'' perpendicolare a *r* ,

c) trovare la distanza di da *r* .