Istituzioni di Matematiche

1. Calcolare l'integrale $\int_0^4 x|x-2|\,dx$.

2. Sia *f(x)* una funzione continua in [0,1] tale che *f(0)*=0, *f*(1)=1 e $\int_0^1 f(x)\,dx=1$. Dimostrare che il massimo della funzione in [0,1] e' strettamente maggiore di 1.

3.. Calcolare l'area della figura limitata dalla parabola $y=4x-x^2$ e l'asse delle ascisse.

4. Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

a) $\int \cos^3(t)\sin^4(t)\,dt$. b) $\int \frac{3x+7}{x^2+6x+8}dx$ c) $\int \frac{1}{x^2+6x+14}dx$

e) $\int e^t \sin(5t+1)\,dt$. f) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+5}}dx$. g) $\int \cos(t)\sin^4(t)\,dt$.

h) $\int \frac{\operatorname{sen}(2x)}{5-\operatorname{sen} x+\cos^2 x}dx$. i) $\int \frac{x\,dx}{x-1+2\sqrt{1-x}}$. l) $\int \frac{\sqrt{x+1}-3}{\sqrt{x+1}+x}dx$.

5. Trovare una funzione *f(x)* e un numero reale *a* tale che $6+\int_a^x \frac{f(t)}{t^2}dt=2\sqrt{x}$.

6. Determinare la convergenza dei seguenti integrali:

a) $\int_1^\infty \frac{1}{\sqrt{x^3+1}}dx$. b) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^4}}dx$.

12. Calcolare il volume del solido ottenuto ruotando attorno all'asse x la regione limitata dall'asse x e la curva $y=e^{-x}$ fra x=0 e x=1.

13.Calcolare il volume del solido con base la regione del piano xy limitata dalle curve $y=x^2$ e $y=8-x^2$ e le cui sezioni perpendicolari all'asse x sono quadrati con un lato sul piano xy.

14.Calcolare il volume ottenuto ruotando attorno alla retta $y=3$ la regione limitata dalle curve $y=x$ e $y=x^2$.

15.Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale $y'=\frac{x}{1+x^2}y+x$.

16. Calcolare i seguenti integrali impropri (o dimostrare la loro divergenza):

a) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}dx$. b) $\int_{-1}^2 \frac{1}{x^4}dx$. c) $\int_0^3 \frac{1}{(x-1)^2}dx$. d) $\int_0^2 \frac{1}{x\log^2(x)}dx$.

17. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'=\frac{4y}{x}+x\sqrt{y} \\ y(1)=3 \end{cases}$$

18.Calcolare il valore medio sull'intervallo $[0,\frac{\pi}{2}]$ della funzione $f(x)=\frac{1}{\cos x+2\,sen\,x+2}$.

19.Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale $y'=\operatorname{tg} x\;\; y+\cos x$.