

Esercizi Funzioni Continue

Esercizio 1. Utilizzando la definizione di limite verificare che:

i) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{3x-1} = \frac{1}{5}$; ii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2+x^2} = 0$; iii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x - 3\sqrt{x} = +\infty$.

Esercizio 2. Utilizzando i limiti notevoli, verificare che:

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log x}{a^x} = 0, (a > 1)$. ii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + \frac{b}{x})^x = e^b, \forall b \in \mathbb{R}$; iii) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \log(1 + \frac{1}{x}) = 1$;
iv) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x} = 1$; v) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$; vi) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \log a, a > 0, a \neq 1$;
vii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 0$; viii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$.

Esercizio 3. Calcolare i seguenti limiti:

ii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log \sqrt{x+1}}{x} = 0$, ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log \sqrt{x+1}}{x} = \frac{1}{2}$; iii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3^x - x^4 = +\infty$;
iv) $\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{\log(1 + \sqrt{x-1})}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$; vi) $\lim_{x \rightarrow 0+} x^x = 1$;
vii) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}} = \frac{1}{\sqrt{e}}$; viii) $\lim_{x \rightarrow 0+} (\frac{1}{x} + \log \operatorname{sen} x) = +\infty$. ix) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 0$;

Esercizio 4. Provare che la funzione $f(x) = \frac{e^{\operatorname{sen} x} - 1}{\sqrt{1 - \cos x}}$ non puo' essere estesa con continuita' nel punto $x=0$.

Esercizio 5. La funzione $f(x) = \frac{\cos x}{1 - \cos x}$ e' continua per $x=0$? puo' essere estesa con continuita' nel punto $x=0$?

Esercizio 6. Data l'equazione $2xe^{-x} - 2 = 0$ provare che ha almeno una soluzione, determinare un intervallo di ampiezza $1/8$ che contenga la soluzione.

Esercizio 7. Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\cos x - 1} + \operatorname{sen}^2 x - 1}{x^2}$, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\log(1 + \sqrt{4 - x^2})}{\log(2 - \sqrt{5 - x^2})}$.

Esercizio 8. Determinare l'ordine e la parte principale dell'infinitesimo per $x \rightarrow 0$
 $f(x) = \log \cos x + x^2$.

Esercizio 9. Data la funzione $f(x) = \frac{e^{\sqrt{1 - \cos x}} - 1}{\operatorname{sen} x}$ dire se si puo' estendere con continuita' nel punto $x=0$ in modo da renderla continua e derivabile.

Esercizio 10. Determinare il dominio di definizione delle funzioni

$f(x) = \sqrt{1 - \log_2 |1 - x|}$ e $g(x) = (x-1)^{\sqrt{x-3}}$.