Soluzioni

Capitolo 2

[2.1] $A \cup B = \{1, 3, 4, 6, 7, 8\}$, $A \cap B = \{4, 7\}$, $A \backslash B = \{1, 3, 6\}$, $B \backslash A = \{8\}$.

[2.2]

I) $[-1, 0]$	II) $[-1, \sqrt{2}] \cup (3, 100)$
III) $[-1, 0]$	IV) $(3, 100)$
V) $\varnothing$	VI) $(0, +\infty)$
VII) $(3, 10)$	VIII) $(0, 3]$
IX) $[-3, 100)$	X) $(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$

[2.3] $B \backslash A = \{1\} \cup \{b = 2n + 1, n \in \mathbf{N}, n < 2\}$
$A \backslash B = \{4, 6\}$, $(A \backslash B) \times A = \{(4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

[2.7] I) $B\ [2, 3)$ II) $B = \{1, 2, 3\}$ $B = (0, 2)$

[2.8]

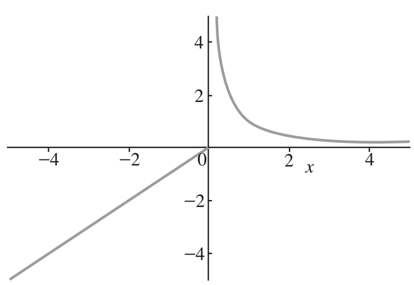
I) $x = \frac{1}{3}y - \frac{5}{3}$	II) $x = -\frac{1}{2}y + \frac{1}{2}$
III) $x = y^3 - 1$	IV) $x = \sqrt[3]{y - 5}$
V) $x = (y - 7)^3$	

[2.9] La funzione data non è invertibile su tutto l'asse reale, come si può vedere graficamente. Il più grande intervallo contenente $x = 1$ su cui f è iniettiva è $[0, +\infty)$. Per x appartenente a tale intervallo, $f^{-1}(y) = \sqrt{y - 1}$.

[2.10] La funzione data non è invertibile su tutto l'asse reale, come si può vedere graficamente. Il più grande intervallo contenente $x = 0$ su cui f è iniettiva è $[-1, +\infty)$. Per x appartenente a tale intervallo, $f^{-1}(y) = \sqrt{y} - 1$.

[2.11] La funzione data non è invertibile su tutto l'asse reale, come si può vedere graficamente. Il più grande intervallo contenente $x = -4$ su cui f è iniettiva è $[-\infty, 1)$. Per x appartenente a tale intervallo, $f^{-1}(y) = \sqrt{y} - 1$.

[2.12] Come si vede dal grafico, f è iniettiva su $\mathbf{R}$ e pertanto ammette inversa.



[2.13] $f[g(x) = 3(1 - 2x)^2 + 2 = 12x^2 - 12x + 5$
$g[f(x) = 1 - 2(3x^2 + 2) = -6x^2 - 3$

[2.14] $f[g(x) = 1 - (1 - x)^2 = -x^2 + 2x$
$g[f(x) = 1 - (1 - x^2) = x^2$
$f[f(x) = 1 - (1 - x^2)^2 = x^2 (2 - x^2)$
$g[g(x) = 1 - (1 - x) = -x$

[2.15] $f[g(x)] = -\dfrac{3}{2}x^2 + 9x + 7$

$g[f(x)] = \dfrac{9}{4}x^2 - 12x + 7$

$g[g(x)] = x^4 - 12x^3 + 30x^2 + 36x$

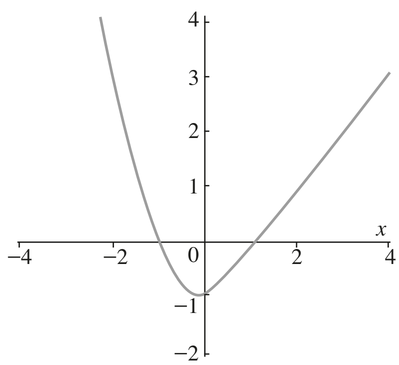
[2.16] $f[f(x)] = (x^2 + 2x + 2)^2$

$f[g(x)] = \begin{cases} 1, & \text{se } x < 0 \\ (\pi + 1)^2, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

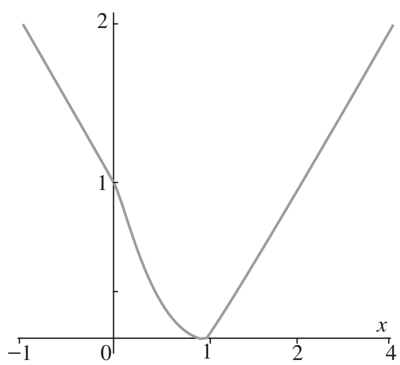
$g[f(x)] = \pi, \ \forall x \in \mathbf{R}$

[2.17] $f[g(x)] = \begin{cases} (1-x)^2, & \text{se } x \leq 2 \\ x^2, & \text{se } x > 2 \end{cases}$ $\quad g[f(x)] = \begin{cases} 1 - x^2, & \text{se } -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2} \\ x^2, & \text{altrove} \end{cases}$

[2.18] $f[g(x)] = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{se } x < 0 \\ x - 1, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$ $\quad g[f(x)] = \begin{cases} 1 - x, & \text{se } x < 0 \\ (x-1)^2, & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ x - 1, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$



$f[g(x)]$



$g[f(x)]$

[2.19] $\dfrac{3}{34}; \dfrac{7}{68}$

[2.20] $\dfrac{7}{38}; \dfrac{15}{76}$

[2.21] I) funzione iniettiva; IV) funzione non iniettiva;
II) non è una funzione; V) funzione non iniettiva;
III) non è una funzione; VI) funzione iniettiva.

[2.22] I) iniettiva;
II) iniettiva;
III) non iniettiva.

[2.23] 20.000 Euro

[2.24] L'aliquota è del 38%

[2.25] I maschi sono il 44% della popolazione totale

[2.26] 4.243.850 (con una minima approssimazione)

[2.27] 82%

[2.28] 90,20%

[2.29] Approssimativamente il 35%

[2.30] 19,2%

[2.31] 79.350 Kg.

Capitolo 3

[3.1] $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

[3.2] $y = \frac{2}{5}x + \frac{13}{5}$

[3.3] $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

[3.4] $y = -x + 13$

[3.5] $y = 4$

[3.6] $y = \frac{1}{2}x + 6$

[3.7] $y = -6x + \frac{11}{2}$

[3.8] $f(x) = x^2$

[3.9] $f(x) = 5x^2 + x + 3$

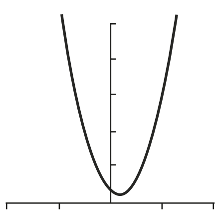
[3.10] $f(x) = -x^2 + 3x + 7$

[3.11] $f(x) = 2x^2 + 8x - 1$

[3.12] $f(x) = x^2 - 2x + 7$

[3.13] $f(x) = 3x^2 - 9x + \frac{27}{4}$

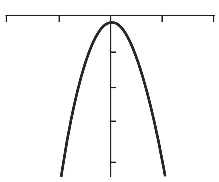
[3.14]



vertice: $\left(\frac{5}{8}, \frac{87}{16}\right)$

intersezione asse y: $(0, 7)$

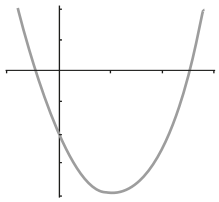
[3.15]



vertice: $\left(\frac{1}{6}, -\frac{17}{6}\right)$

intersezione asse y: $(0, -3)$

[3.16]

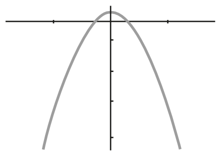


vertice: $\left(\frac{5}{2}, -\frac{81}{4}\right)$;

intersezione asse y: $(0, -14)$;

intersezioni asse x: $(7, 0)$ e $(-2, 0)$

[3.17]



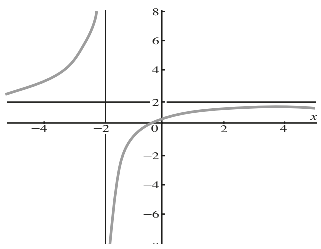
vertice: $\left(\frac{1}{2}, \frac{9}{4}\right)$;

intersezione asse y: $(0, 2)$;

intersezioni asse x: $(-1, 0)$ e $(2, 0)$

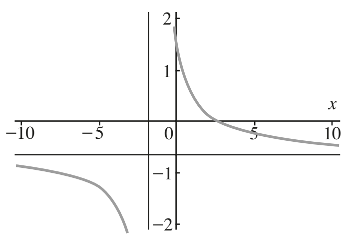
[3.18] $(1, 0)$ e $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{8}{9}\right)$ **[3.19]** $x_1 = 1$ e $x_2 = -6$

[3.20]



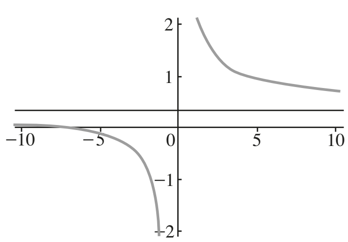
centro di simmetria: $(-2, 2)$

[3.21]



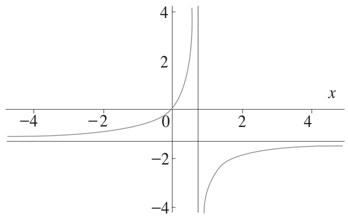
centro di simmetria: $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

[3.22]



centro di simmetria: $\left(0, \frac{1}{3}\right)$

[3.23]



centro di simmetria: $\left(\frac{4}{5}, -1\right)$

[3.24] Grafico III)

[3.25] Grafico II)

[3.26]
- I) pari
- II) pari
- III) dispari
- IV) pari
- V) pari
- VI) dispari
- VII) pari
- VIII) dispari
- IX) pari
- X) né pari né dispari

[3.29]
- I) strettamente crescente
- II) né crescente né decrescente
- III) strettamente decrescente

[3.31]
- I) $(-\infty, 0) \cup (0, 3) \cup (3, +\infty)$
- II) $(-3, +\infty)$
- III) $(-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$
- IV) $(1, +\infty)$
- V) $\mathbf{R}$
- VI) $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
- VII) $(0, 1) \cup (1, +\infty)$
- VIII) $(0, +\infty)$
- IX) $(-\infty, -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}, +\infty)$
- X) $(-\infty, -4) \cup (-2, 0) \cup (2, +\infty)$
- XI) $(0, 1) \cup (1, +\infty)$
- XII) $(-\infty, 1) \cup (3-\sqrt{3}, 2) \cup (3+\sqrt{3}, +\infty)$
- XIII) $(-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$
- XIV) $(-1, +\infty)$
- XV) $\left(-\infty, \frac{7-\sqrt{13}}{2}\right] \cup \left[\frac{7+\sqrt{13}}{2}, +\infty\right)$
- XVI) $(2, +\infty)$
- XVII) $(-3, -1) \cup (3, +\infty)$
- XVIII) $\left[\frac{-1-3\sqrt{5}}{2}, -3\right) \cup \left[\frac{-1+3\sqrt{5}}{2}, 3\right)$
- XIX) $(-2, 0]$
- XX) $(-2, +\infty)$

[3.32]
- I) $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$
- II) $f(x) = \log x + \sqrt{3-x}$
- III) $f(x) = \log x + \log(4-x)$

[3.33] $\{0\}$

[3.34]
- I) $(-\infty, -5]$
- II) $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$
- III) $[-1, +\infty)$
- IV) $(0, 8] \cup [10, 18]$
- V) $\left[-\frac{1}{4}, +\infty\right)$

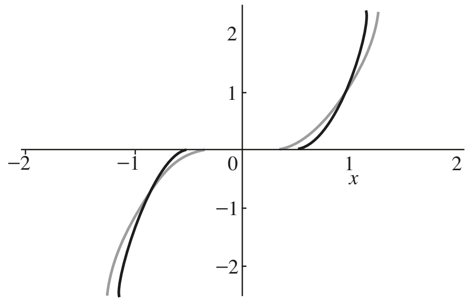
[3.35] Due soluzioni

[3.36] Due soluzioni

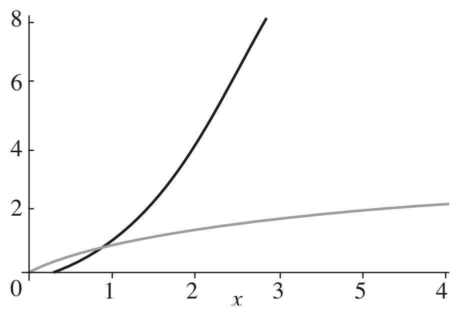
[3.37] Unasoluzione

[3.38] Una soluzione

[3.39] La disequazione è soddisfatta per $-1 < x < 0$ e $x > 1$.. Nel grafico sotto riportato, $y = x^3$ è la curva grigia.



[3.40] La disequazione è soddisfatta per $x > 1$.. Nel grafico sotto riportato $y = \sqrt{x}$ è la curva grigia.



[3.41] $f(1) = 0$. L'equazione $f(x) = 0$ è risolta per $x = 1,\ x = 2,\ x = -\frac{4}{3}$.

[3.42] $f(2) = 0$. L'equazione $f(x) = 0$ è risolta per $x = 2,\ x = -1$.

[3.43] $x = 3$

[3.44] $(2, 3, 4)$ e $(-4, -3, -2)$

[3.45] $x = 0$

[3.46] $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ e $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

[3.47] $x = 0$

[3.48] $x = -3$

[3.49] $m \geq \frac{3}{4}$

[3.50] $\frac{1}{3} < t < \frac{2}{3}$

[3.51]

I) $x \geq 0$

II) $x \leq -17$

III) $-\frac{7}{4}$

IV) impossibile

V) $x \leq -3$ e $x \geq 4$

VI) $x \leq -2$ e $x \geq 1$

VII) $\forall x \in \mathbf{R}$

VIII) $\forall x \in \mathbf{R}$

IX) $\frac{-1-\sqrt{7}}{2} < x < \frac{-1+\sqrt{7}}{2}$

X) $x < 1$ e $x > 3$

XI) $x < -4$

XII) $x \leq -1$

XIII) $x < 1$ e $x > \frac{26}{5}$

XIV) $2 < x < 15$

XV) $x \leq -\frac{1}{2}$ e $x \geq 3$

XVI) $x < \frac{7-\sqrt{61}}{2}$ e $x > \frac{7+\sqrt{61}}{2}$

XVII) $x < -3$ e $x > \frac{1}{4}$

[3.52]

I) per $k = 0$, $x \geq 4$

per $k > 0$, $x \leq \frac{-1-\sqrt{1+8k}}{k}$ e $x \geq \frac{-1+\sqrt{1+8k}}{k}$

per $k = -\frac{1}{8}$, $x = 8$

per $-\frac{1}{8} < k < 0$, $\frac{-1-\sqrt{1+8k}}{k} \leq x \leq \frac{-1+\sqrt{1+8k}}{k}$

infine per $k < -\frac{1}{8}$, la disequazione non è mai soddisfatta

II) per $k \leq 0$, disequazione impossibile

per $k > 0$, $1-\sqrt{k} < x < 1+\sqrt{k}$

[3.53] $\{n \in \mathbf{N} : n = 0, n = 1, n = 2, n = 3, n > 6\}$

[3.54] $(-\sqrt{5}, -1) \cup (1, \sqrt{5})$

[3.55]

I) $x \leq -1$ e $0 < x < 2$

II) $\frac{-1-\sqrt{73}}{4} < x < -2$ e $\frac{-1+\sqrt{73}}{4} < x < 2$

III) $x \leq -8$ e $x \geq 1$

IV) $-1 < x < \frac{1}{2}$

V) $-1 < x < 1$ e $x > 1$

VI) $\frac{-1-\sqrt{37}}{6} \leq x < 0$, $0 < x \leq \frac{-1+\sqrt{37}}{6}$ e $x > 3$

VII) $x < -3$ e $-1 \leq x \leq 8$

VIII) $x < -\frac{1}{2}$ e $0 < x < 1$

[3.56] I) $x \leq -1$ II) $1 < x < 4$

III) $x < \frac{11}{9}$ IV) $\frac{35}{6} \leq x < 16$ e $x > 17$

[3.57] I) $\forall x \in \mathbf{R}$ II) $x > 0$

III) $1 \leq x \leq 4 - 2\sqrt{2}$ IV) $\sqrt{5} \leq x \leq \frac{23}{3}$ e $x \leq -\sqrt{5}$

V) $-\sqrt{\frac{2}{3}} \leq x \leq \sqrt{\frac{2}{3}}$ VI) $-1 \leq x \leq 3$

VII) $x \geq \frac{1}{2}$ VIII) $(-\infty, -4] \cup \left(\frac{4}{3}, +\infty\right)$

IX) $-6 < x \leq -1$ e $0 \leq x < 1$ X) $x \leq -\sqrt{15}$ e $x \geq \sqrt{15}$

XI) $x < -3$ XII) impossibile

[3.58] I) $-2 \leq x \leq 2$ II) $x = 0$ e $x \geq 1$

III) $x \geq -\frac{1}{2}$ IV) $x \leq -4$ e $x \geq 0$

V) $x > 0$ VI) $x \neq -3$

VII) impossibile VIII) $0 < x < 1$

IX) $\forall x \in \mathbf{R}$ X) $0 \leq x \leq \log 3$ e $x > 2\log 2$

XI) $x > 4$ XII) $(-\infty, 7-\sqrt{2}) \cup (7+\sqrt{2}, +\infty)$

XIII) $0 < x < \frac{1}{e}$ e $e \leq x \leq e^4$ XIV) $x < 4$

XV) $-\frac{3}{2} < x < 4$ XVI) $x \geq 2$

XVII) $0 < x \leq 2$ e $x \geq 3$ XVIII) $0 < x \leq \frac{1}{e}$ e $1 < x \leq e$

XIX) $\frac{1}{3} < x < 2 - \sqrt{2}$ e $x > 2 + \sqrt{2}$

XX) $-3 < x < -2$ e $x > e - 3$

[3.59] I) $0 < x \leq \alpha$ e $x \geq \beta$ con $0 < \alpha < 1$ e $1 < \beta < 2$

II) $x \geq \alpha$ con $-1 < \alpha < 0$ III) $x > 1$

IV) $x > \alpha$ con $0 < \alpha < 1$ V) $x \leq \alpha$ e $x > -1$ con $-3 < \alpha < -2$

[3.60] I) $0 \leq x < \frac{7}{6}\pi$ e $\frac{11}{6}\pi < x < 2\pi$ II) $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$ e $\frac{5}{4}\pi < x < \frac{3}{2}\pi$

III) $0 < x < \frac{\pi}{2}$ e $\pi < x < \frac{3}{2}\pi$ IV) $0 \leq x \leq \pi$

[3.61] $\frac{\pi}{4} \leq x < \frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2} < x \leq \pi$ e $\frac{5}{4}\pi \leq x < \frac{3}{2}\pi$

Capitolo 4

[4.1] I) $\inf I_1 = \min I_1 = 1$, $\sup I_1 = \max I_1 = 4$

II) $\inf I_2 = \min I_2 = -2$, $\sup I_2 = 3$

III) $\inf I_3 = a$, $\sup I_3 = \max I_3 = b$

[4.2] $\inf A = \min A = 0$, $\sup A = \max A = 2$

$\inf B = -1$, $\sup B = 1$

$\inf(A+B) = -1$, $\sup(A+B) = 3$

[4.3] $\sup(A \cdot A) = \max(A \cdot A) = 4$, $\inf(A \cdot A) = \min(A \cdot A) = 0$

[4.4] $\sup(A+B) = 2$, $\inf(A+B) = \min(A+B) = -1$

[4.5] $\inf A = \min A = -1$, $\sup A = 2$

$\inf B = \min B = 1$, $\sup B = +\infty$

$\sup C = \max C = \frac{3}{2}$, $\inf C = -1$

[4.6] $\sup A = +\infty$ e $\inf A = \min A = -1$

$\sup B = \max B = \inf B = \min B = 0$

$\inf C = \min C = -1$ e $\sup C = 0$

[4.7] I) maggioranti: $\varnothing$, minoranti: $(-\infty, 0]$

II) maggioranti: $\varnothing$, minoranti: $\varnothing$

III) maggioranti: $\left[\frac{11}{2}, +\infty\right)$, minoranti: $\varnothing$

IV) maggioranti: $\varnothing$, minoranti: $(-\infty, 0]$

[4.8] I) $\min f(x) = 2$, $\max f(x) = 30$

II) $\min f(x) = 2$, $\max f(x) = 30$

III) $\min f(x) = -6$, $\max f(x) = \frac{1}{4}$

[4.9] $\sup = +\infty$, $\inf = 0$

[4.10] I) interni: $(3, 8)$, accumulazione: $[3, 8]$, frontiera: $\{3, 8\}$

II) interni: $(-4, 4)$, accumulazione: $[-4, 4]$, frontiera: $\{-4, 4\}$

III) interni: $(1, 7)$, accumulazione: $[1, 7]$, frontiera: $\{1, 7\}$

[4.11] I) interni: $(-1, 0) \cup (0, 1)$, accumulazione: $[-1, 1]$, frontiera: $\{-1, 0, 1\}$
isolati: $\varnothing$

II) interni: $(1, 2)$, accumulazione: $[1, 2]$,

frontiera: $\left\{1 - \frac{1}{n} : n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}\right\} \cup \{1,2\}$, isolati: $\left\{1 - \frac{1}{n} : n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}\right\}$

[4.12] L'intervallo I_1 non è né aperto né chiuso; I_2 è chiuso; I_3 non è né aperto né chiuso.

[4.13] I) né aperto né chiuso II) né aperto né chiuso
III) chiuso

[4.14] L'insieme A è chiuso, B è aperto.

[4.15] 2 **[4.16]** 2

[4.17] 2 **[4.18]** 4

[4.19] I) $x = -\frac{10}{3}$ e $x = \frac{4}{3}$ II) $x = -\frac{7}{2}$ e $x = -\frac{1}{2}$

III) $x = -\frac{7}{4}$ e $x = -\frac{9}{4}$ IV) $x = -52$ e $x = 48$

V) $x = \frac{1}{2}$ VI) $x = -10$, $x = 7$ e $x = 13$

[4.20] I) $-12 < x < 4$
II) $-2 < x < 6$
III) $x \in (-\infty, -4) \cup (2, +\infty)$
IV) $x \in [-3, -2) \cup (2, 1-\sqrt{6}] \cup [1, 2) \cup (2, 1+\sqrt{6}]$

[4.21] I) $x < -1-\sqrt{13}$, $-1-\sqrt{5} < x < -1+\sqrt{5}$, $x > -1+\sqrt{13}$
II) $-3 \le x \le 3$
III) $x \in [-1, 5) \cup (5, 7) \cup (7, +\infty)$

[4.22] I) $x > -2$ II) $x \ge 2$
III) $x = -4$ e $3 \le x \le 5$

[4.23] I) $x < -e$, $-1 < x < 0$, $0 < x < 1$ e $x > e$

II) $1 < x \le e$ III) $x \in \left(\frac{1}{e}, 1\right) \cup (1, e)$

IV) $x \le 0$ V) $x \in (-1, +\infty)$

[4.24] I) $\alpha < x < 1$ con $-2 < \alpha < -1$
II) $\alpha < x < 0$ con $-2 < \alpha < -1$
III) $-\frac{1}{2} < x < 0$ e $0 < x < \frac{1}{2}$

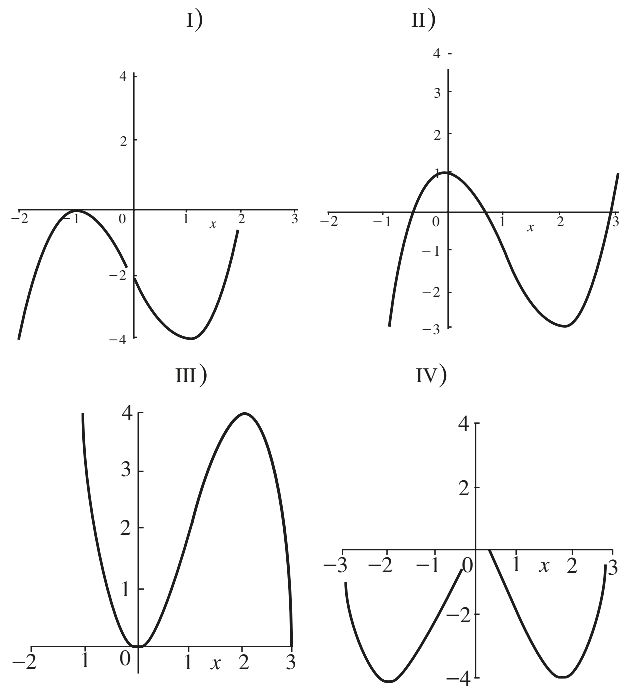
[4.25] I) $x < \alpha$ e $x > \beta$ con $-1 < \alpha < 0$ e $1 < \beta < 2$
II) $x \le 0$ e $x \ge \alpha$ con $2 < \alpha < 3$
III) $\alpha \le x \le \beta$ con $-2 < \alpha < -1$ e $1 < \beta < 2$

[4.26] I) $0 < x \leq \alpha$ e $x \geq \beta$ con $0 < \alpha < 1$ e $1 < \beta < 2$

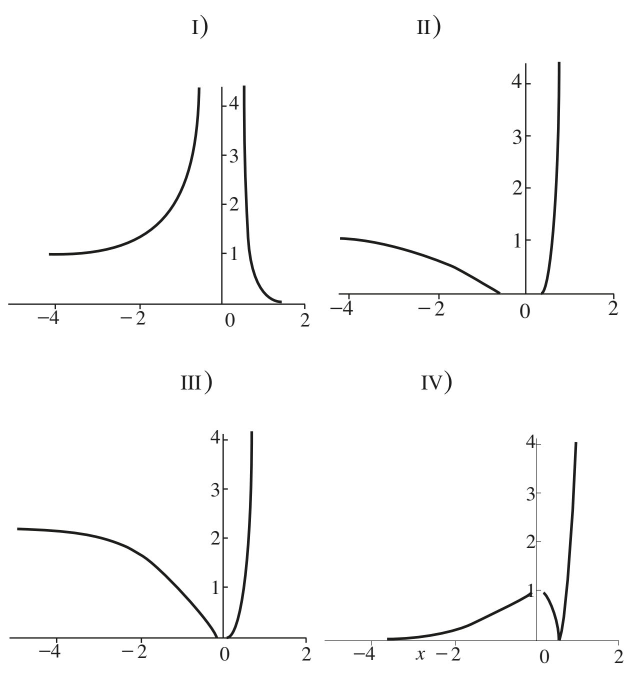
II) $\alpha < x < \beta$ e $x > \gamma$ con $-2 < \alpha < -1$ e $1 < \beta < \gamma < 2$

III) $-3 - \sqrt{3} < x < -3 + \sqrt{3}$

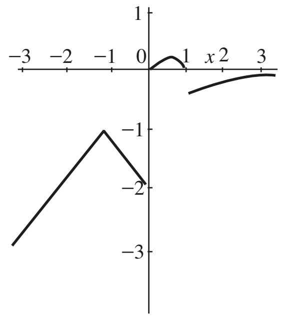
[4.27] I grafici sono:



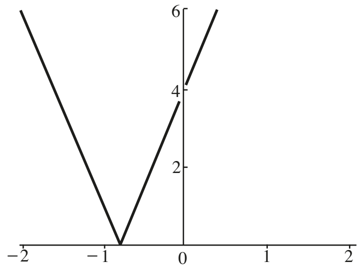
[4.28] I grafici sono:



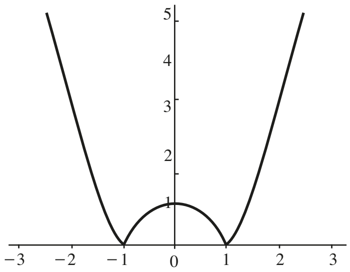
[4.29] Il grafico è:



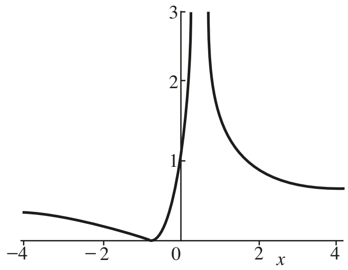
[4.30] Il grafico è:



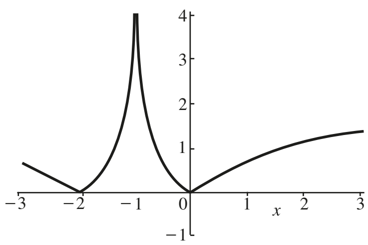
[4.31] Il grafico è:



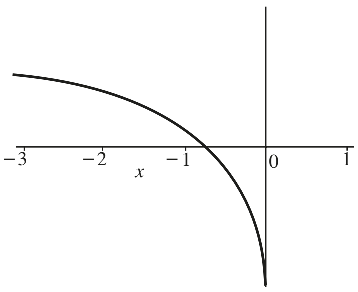
[4.32] Il grafico è:



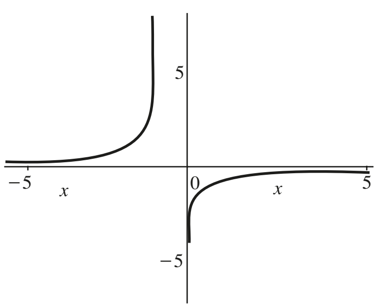
[4.33] Il grafico è:



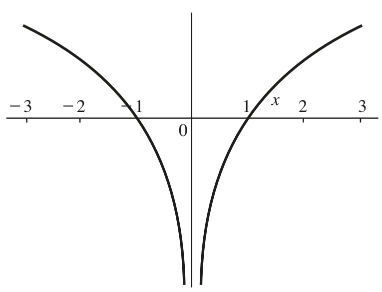
[4.34] Il grafico è:



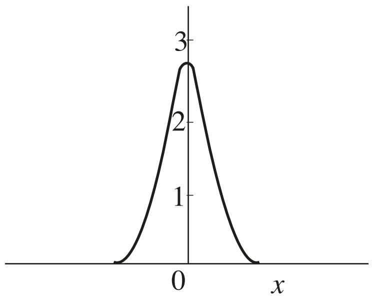
[4.35] Il grafico è:



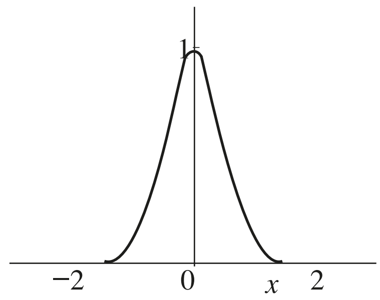
[4.36] Il grafico è:



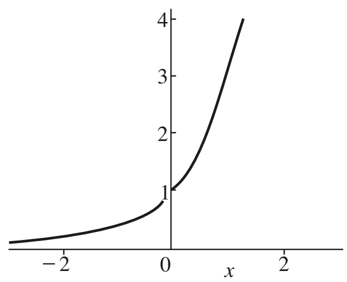
[4.37] Il grafico è:



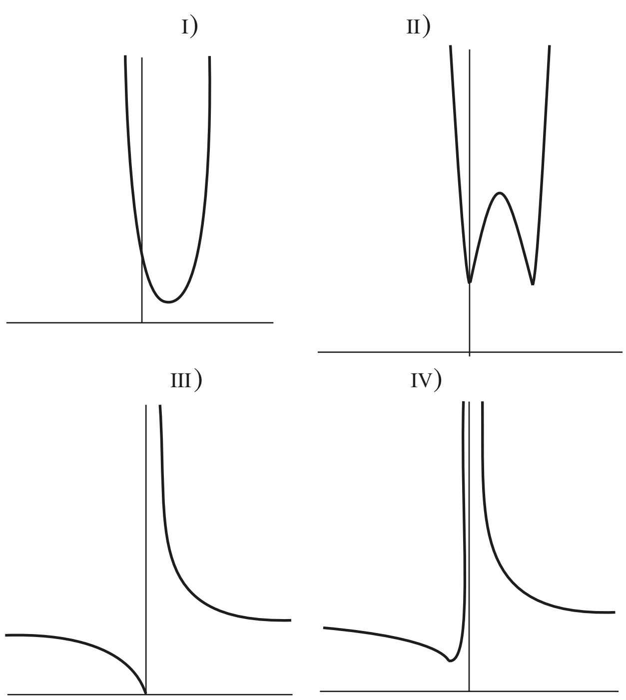
[4.38] Il grafico è:



[4.39] Il grafico è:



[4.40] I grafici sono:



[4.41] Grafico I)

[4.42] Grafico III)

[4.43] Grafico II)

Capitolo 5

[5.2] 40

[5.3] $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$; $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

[5.5] $-\infty$

[5.6] 0

[5.7] 0

[5.8] $+\infty$

[5.9] $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0^-$;
$\lim_{x\to-1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x) - \infty$;
$\lim_{x\to-1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$.
La retta $y = 0$ è asintoto orizzontale per $x \to \pm\infty$, le rette $x = -1$ e sono asintoti verticali.

[5.10] Per esempio $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen} x}{x} + 2$

[5.11] Per esempio $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$

[5.12] $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0^\pm$; $\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = \pm\infty$. La retta di equazione $y = 0$ è asintoto orizzontale per $x \to \pm\infty$; la retta di equazione $x = 0$ è asintoto verticale per $x \to 0^\pm$

[5.13] $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 2$. La retta di equazione $y = 2$ è asintoto orizzontale per $x \to \pm\infty$

[5.14] $\lim_{x\to\pm\infty} \dfrac{1}{x^4} = 0^+$; $\lim_{x\to 0^\pm} \dfrac{1}{x^4} = +\infty$. La retta di equazione $y = 0$ è asintoto orizzontale per $x \to \pm\infty$, mentre la retta di equazione $x = 0$ è asintoto verticale per $x \to 0^\pm$

[5.15] $\lim_{x\to+\infty} \left(\dfrac{1}{3}\right)^x = 0^+$ e $\lim_{x\to-\infty} \left(\dfrac{1}{3}\right)^x = +\infty$

[5.16] $\lim_{x\to\pm\infty} \dfrac{1}{x^2+1} = 0^+$ La retta di equazione $y = 0$ è asintoto orizzontale per $x \to \pm\infty$

[5.17] $y = -2$ è asintoto orizzontale per $x \to \pm\infty$, $x = 0$ è asintoto verticale per $x \to 0^\pm$

[5.18] $y = 3$ è asintoto orizzontale per $x \to \pm\infty$; $x = 1$ è asintoto verticale per $x \to 1^{\pm}$

[5.19] Non ci sono asintoti orizzontali, né verticali.

[5.20] $y = 0$ è asintoto orizzontale per $x \to -\infty$; $x = 1$ è asintoto verticale per $x \to 1^{-}$

[5.21] Per esempio $f(x) = \frac{1}{x-3}$

[5.22] Per esempio $f(x) = \frac{1}{x} - 1$

[5.23] Per esempio $\begin{cases} \frac{1}{x} + 3, & \text{se } x \geq 0 \\ \frac{1}{x} + 2, & \text{se } x < 0 \end{cases}$

[5.24] Per esempio $f(x) = \frac{1}{(x-4)^2}$

Capitolo 6

[6.1] I) $x = 0$ è un punto di discontinuità di prima specie; II) $x = 1$ è punto di discontinuità eliminabile.

[6.2] $x = 0$ è punto di discontinuità di seconda specie.

[6.3] $x = -2$ è punto di discontinuità eliminabile; $x = -1$ è punto di discontinuità di seconda specie; $x = 0$ è punto di discontinuità di prima specie.

[6.4] $a = 1$

[6.5] $a = \log_2 3 - 1$ e $b = 3 - \log_2 3$

[6.6] $a = -\frac{1}{2}$ e per ogni $b \in \mathbf{R}$

[6.7] $a = 6$ e $b = 3$

[6.8] $a_n = \frac{1}{2}$ e $b_n = \frac{1}{2n}$

[6.9] Per esempio:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in \mathbf{Q} \\ -1, & \text{se } x \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q} \end{cases}$$

[6.10] Le ipotesi del teorema di Weierstrass non sono soddisfatte poiché l'intervallo (0, 1) non è chiuso.

[6.11] Sì, sono soddisfatte le ipotesi del teorema di Weierstrass.

[6.12] $a = 2$; valore massimo: 3; valore minimo: 1

[6.13] Sì, ad esempio $f(x) = \begin{cases} cx, & \text{se } 0 \le x \le 1 \\ 1, & \text{se } 1 < x \le 2 \end{cases}$

[6.14] Sono soddisfatte le ipotesi del teorema degli zeri nell'intervallo considerato e, in particolare la funzione ammette tre zeri: $x_1 = -2, x_2 = -1, x_3 = 1$

[6.15] I) $+\infty$; II) 0; III) -1; IV) 1; V) $\frac{1}{2}$; VI) 1

[6.16] I) 2; II) 2; III) $\frac{1}{2}$; IV) -2

[6.17] $+\infty$

[6.18] 0

[6.19] I) $-\infty$; II) $-\infty$; III) 0; IV) $+\infty$; V) $+\infty$; VI) 5; VII) 27; VIII) 0^+

[6.20] I) $+\infty$; II) $-\infty$; III) 4; IV) $+\infty$; V) $-\infty$; VI) $+\infty$

[6.21] I) 0; II) -1

[6.22] I) $2+\sqrt{2}$; II) $\frac{1}{3}$; III) $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$

[6.23] I) 1; II) $-\frac{3}{2}$

[6.24] Il limite non esiste.

[6.25] I) -3; II) ∞; III) $-\frac{1}{48}$

[6.26] 4

[6.27] I) 1; II) la funzione data non è un infinitesimo; III) $\frac{1}{2}$

[6.28] I) 3; II) 2; III) $\frac{1}{2}$

[6.31] I) la funzione data è infinito di ordine inferiore rispetto a $y = x\sqrt{x+1}$;
II) la funzione data e $y = x\sqrt{x+1}$ sono infiniti dello stesso ordine

[6.32] I) La funzione data è un infinitesimo di ordine superiore rispetto a $y = x^2$;
II) $y = x^2 \cos\frac{1}{x}$ è per $x \to 0$ un infinitesimo non confrontabile con $y = x^2$

[6.33] La relazione non è vera.

[6.34] La relazione è vera.

[6.35] La relazione non è vera.

[6.36] La relazione è vera.

[6.37] I) $x = 1$ è asintoto verticale per $x \to 1$; II) $x = 1$ è asintoto verticale per $x \to 1^+$;
III) $x = 1$ è asintoto verticale per $x \to 1$; IV) non c'è nessun asintoto verticale

[6.38] I) $y = x$ è asintoto obliquo per $x \to +\infty$ e $y = -x$ è asintoto obliquo per $x \to -\infty$;
II) $y = 2x$ è asintoto obliquo per $x \to +\infty$; III) la funzione non ha asintoti obliqui.

[6.12] $a = 2$; valore massimo: 3; valore minimo: 1

[6.13] Sì, ad esempio $f(x) = \begin{cases} cx, & \text{se } 0 \le x \le 1 \\ 1, & \text{se } 1 < x \le 2 \end{cases}$

[6.14] Sono soddisfatte le ipotesi del teorema degli zeri nell'intervallo considerato e, in particolare la funzione ammette tre zeri: $x_1 = -2, x_2 = -1, x_3 = 1$

[6.40] Per esempio: $f(x) = x + 5 + \frac{1}{x}$

[6.41] Per esempio: $f(x) = -x + 2 + \frac{1}{x}$

[6.42] Per esempio: $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x-4}$

[6.43] I) la retta di equazione $y = 1$ è asintoto orizzontale per $x \to +\infty$; la retta di equazione $y = 0$ è asintoto orizzontale per $x \to -\infty$; la retta di equazione $x = 0$ è asintoto verticale per $x \to 0$;
II) la retta di equazione $y = 1$ è asintoto orizzontale per $x \to +\infty$; la retta di equazione $x = e^2$ è asintoto verticale per $x \to e^2$;
III) la retta di equazione $x = -1$ è asintoto verticale per $x \to -1^+$.

[6.44] Grafico II)

[6.45] Grafico III)

[6.46] Grafico I)

Capitolo 7

[7.1]

I) $f'(x) = 6$

II) $f'(x) = 3x^2 + 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

III) $f'(x) = \frac{1}{x \log 3} + 3^x \log 3$

IV) $f'(x) = 2 - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

V) $f'(x) = 2e^x + \cos x$

VI) $f'(x) = \frac{2x^4 + 3x^2 + x + 1}{x(1+x^2)}$

[7.2]

I) $f'(x) = x(2\log x + 1)$

II) $f'(x) = \frac{-13x - 2}{7\sqrt[7]{x^6}(x-2)^3}$

III) $f'(x) = 27^x \left[\frac{3x \log 3 \log x + 1}{x \log 3}\right]$

IV) $f'(x) = 1 - 2\operatorname{sen}^2 x$;

V) $f'(x) = 3x^2 \operatorname{tg} x + x^3 + x^3 \operatorname{tg}^2 x$

VI) $f'(x) = \frac{\cos x - 2x \operatorname{sen} x}{2\sqrt{x}}$

[7.3]

I) $f'(x) = \frac{\log x - 1}{\log^2 x}$

II) $f'(x) = \frac{1 - x \log x}{x e^x}$

III) $f'(x) = \frac{-3x^2 - 4x\sqrt{x} + 1}{2\sqrt{x}(x^2+1)^2}$

IV) $f'(x) = \frac{\cos x + \operatorname{sen} x + 1}{(1 + \cos x)^2}$

V) $f'(x) = \frac{1}{4}\sqrt{x} \cdot \frac{(3\log x - 2)}{\log^2 x}$

VI) $f'(x) = 2e^x \cdot \frac{\log x + x \log x - 1}{\log^2 x}$

[7.4] I) $f'(x)=\dfrac{2}{\sqrt{4x+1}}$ II) $f'(x)=-7(-x+1)^6$

III) $f'(x)=3e^{3x+1}$ IV) $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$

V) $f'(x)=-\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)$ VI) $f'(x)=-2\,\mathrm{tg}\,x+\cos x$

[7.5] I) $f'(x)=\dfrac{xe^{\sqrt{x^2+3}}}{\sqrt{x^2+3}}$ IV) $f'(x)=x^2\cdot\dfrac{3+3\,\mathrm{sen}^2x-2x\,\mathrm{sen}\,x\cos x}{(1+\mathrm{sen}^2x)^2}$

II) $f'(x)=\dfrac{1-5x-2\sqrt{x}\,(1+x)}{\sqrt{x}\,(x+1)^4}$ V) $f'(x)=e^{\frac{1}{\mathrm{sen}\,x}}\left(\cos x-\dfrac{1}{\mathrm{tg}\,x}\right)$

III) $f'(x)=-\dfrac{12}{x^2-9}$ VI) $f'(x)=\dfrac{x+xe^{\frac{1}{x}}+e^{\frac{1}{x}}}{x\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)^2}$

[7.7] I) $f'(x)=\begin{cases}2x-5, & \text{se } x<0 \text{ e } x>5\\ -2x+5, & \text{se } 0<x<5\end{cases}$ IV) $f'(x)=\dfrac{x^2+4x+1}{(x+2)(x^2-1)}$

II) $f'(x)=\begin{cases}2x-1, & \text{se } x<-6 \text{ e } x>7\\ -2x+1, & \text{se } -6<x<7\end{cases}$ V) $f'(x)=\begin{cases}-\dfrac{1}{2\sqrt{-x}}-\dfrac{1}{2\sqrt{1-x}}, & \text{se } x<0\\ \dfrac{1}{2\sqrt{x}}-\dfrac{1}{2\sqrt{1-x}}, & \text{se } 0<x<1\end{cases}$

III) $f'(x)=\begin{cases}2x-2, & \text{se } x<-1\\ -2x, & \text{se } -1<x<0\\ -2x+2, & \text{se } 0<x<2\\ 2x, & \text{se } x>2\end{cases}$ VI) $f'(x)=\dfrac{1}{x}+6$

[7.8] $f'(e)=\dfrac{1}{e}$ **[7.9]** $f'(0)=-\dfrac{2}{27}$

[7.10] $f'\left(\dfrac{3}{\pi}\right)=\dfrac{3\sqrt{3}}{\pi}-\dfrac{1}{2}$ **[7.11]** $y=-2x+1$

[7.12] $y=x-1$ **[7.13]** $y=x-2$

[7.14] $y=\dfrac{11}{9}x-\dfrac{16}{9}$ **[7.15]** $y=\dfrac{1}{2}\log 3+\left(-\dfrac{1}{3}-\dfrac{3}{8}\log 3\right)(x-1)$

[7.16] $y=-\dfrac{1}{4e^2}x+\dfrac{3}{4}$ **[7.17]** $f'(x)=2x+7;\ f''(x)=2;\ f'''(x)=0$

[7.18] $f'(x)=-3^{\cos x}\cdot\log 3\cdot\mathrm{sen}\,x\ ;\ f''(x)=3^{\cos x}\cdot\log^2 3\cdot\mathrm{sen}^2x-3^{\cos x}\cdot\log 3\cdot\cos x$

[7.19] $f'(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}\ ;\ f''(x)=\dfrac{-2x^2+2}{(x^2+1)^2}$

[7.20] $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}+\dfrac{1}{x}\ ;\ f''(x)=-\dfrac{1}{4\sqrt{x^3}}-\dfrac{1}{x^2}\ ;\ f'''(x)=\dfrac{3}{8\sqrt{x^5}}+\dfrac{2}{x^3}$

[7.21] $f'(x) = 4xe^{2x^2}$; $f''(x) = 4e^{2x^2} + 16x^2e^{2x^2}$; $f'''(x) = 48xe^{2x^2} + 64x^3e^{2x^2}$

[7.22] $f'(x) = \dfrac{7}{(x+7)^2}$; $f''(x) = -\dfrac{14}{(x+7)^3}$; $f'''(x) = \dfrac{42}{(x+7)^4}$

[7.23] $a = -1$ e $b = 1$

[7.24] $a = b = -2$

[7.25] $a = \dfrac{1}{2}$ e $b = 1$

[7.26] $a = -\dfrac{2}{3}$ e $b = \log\dfrac{1}{3} - 1$

[7.27] $a \in \mathbf{R}$ e $b = 1$

[7.28] $a = b = 1$

[7.32] Per esempio: I) $f(x) = |x|$; II) $f(x) = |x-2|$; III) $f(x) = |x+2|$

[7.33] Grafico I)

[7.34] Grafico III)

Capitolo 8

[8.1] Sì, sono soddisfatte le ipotesi del teorema di Rolle.

[8.2] Sì, sono soddisfatte le ipotesi del teorema di Rolle, $c = 0$.

[8.3] Sì, sono soddisfatte le ipotesi del teorema di Lagrange, $c = \dfrac{2}{3}$.

[8.4] Sì, sono soddisfatte le ipotesi del teorema di Lagrange, $c = 0$.

[8.5] I) $\dfrac{7}{2}$ II) 0

III) $\dfrac{1}{2}$ IV) -3

[8.6] $P_3(x;2) = 32 + 27(x-2) + 5(x-2)^2$

[8.7] $P_2(x;1) = 14 + 30(x-1) + 24(x-1)^2$

[8.8] $P_2(x;1) = e + (1+e)(x-1) + \dfrac{(-1+e)}{2}(x-1)^2$

[8.9] $P_3(x;-1) = e^{-3} - 4 + (3e^{-3}+4)(x+1) + \dfrac{9}{2}e^{-3}(x+1)^2 + \dfrac{9}{2}e^{-3}(x+1)^3$

[8.10] I) 0 II) $\dfrac{3}{4}$ III) -1

[8.11] I) 0 II) 0 III) -1

[8.12] I) -1 II) $\dfrac{1}{2}$

III) ∞ IV) $\dfrac{1}{6}$

V) 33 VI) 1

[8.13] -4

[8.14] I) 0 II) 1

III) $-\frac{2}{3}$ IV) $+\infty$

V) 0 VI) $-\frac{1}{6}$

[8.15] I) 1 II) 1

III) 1 IV) $e^{-\frac{2}{\log 3}}$

[8.16] Per $a = 1$ il limite vale 1, per $a > 1$ il limite è infinito mentre per $a < 1$ vale 0.

[8.17] $a = 3$

[8.18] $x = e - 3$ è punto di massimo assoluto.

[8.19] $x = 1$ è minimo assoluto.

[8.20] Non esistono estremanti.

[8.21] $x = 0$ è massimo relativo, $x = 2$ è massimo assoluto, $x = 1$ è minimo assoluto.

[8.22] $x = -1$ è di massimo assoluto, $x = 0$ è minimo assoluto, $x = 1$ è massimo relativo.

[8.23] $x = 0$ è massimo assoluto, $x = 1 - \frac{1}{e}$ è minimo relativo.

[8.24] $x = 1$

[8.25] La funzione è crescente nell'intervallo $(-7 - \sqrt{33}, -7 + \sqrt{33})$, per $x \neq -4$ mentre è decrescente per $x < -7 - \sqrt{33}$ e per $x > -7 + \sqrt{33}$ con $x \neq 4$

[8.26] La funzione è crescente per $x > 0$ mentre decresce per $x < 0$

[8.27] La funzione è crescente nell'intervallo $(-5, +\infty)$ mentre decresce nell'intervallo $(-\infty, -5)$

[8.28] La funzione è crescente per $x > 0$ mentre decresce per $x < 0$

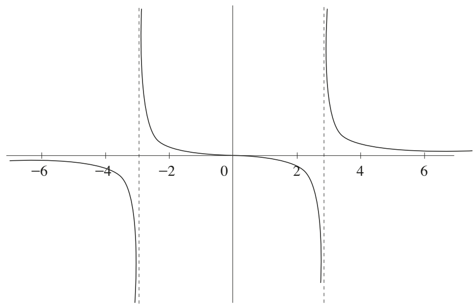
[8.29] $a \in [0, +\infty)$

[8.30] $x = \frac{1}{4}$

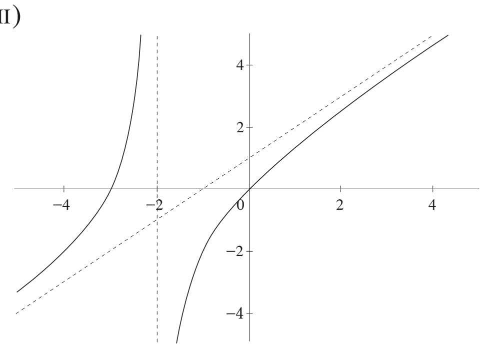
[8.31] $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right]$

[8.32]

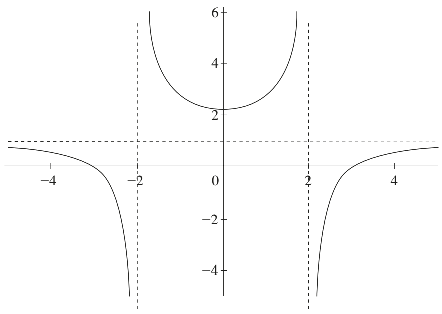
I)



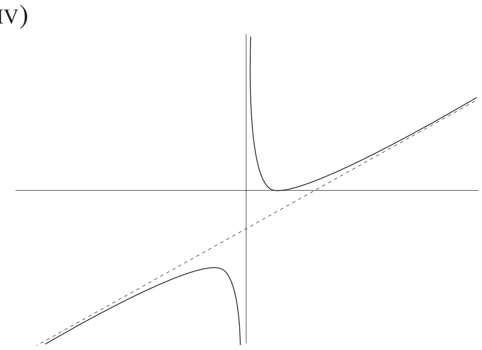
II)



III)

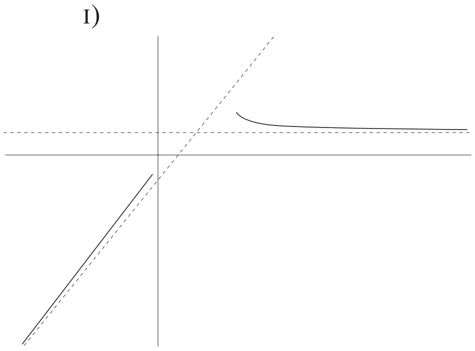


IV)

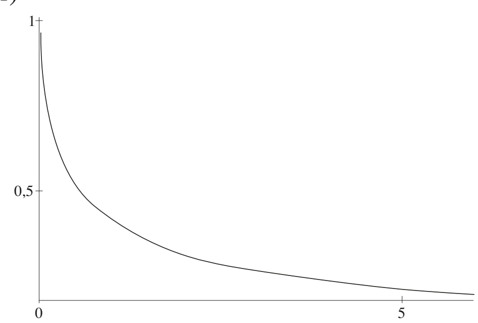


[8.33]

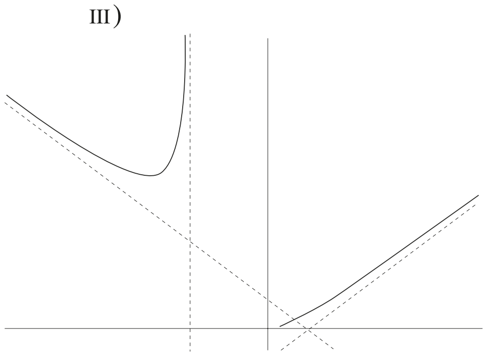
I)



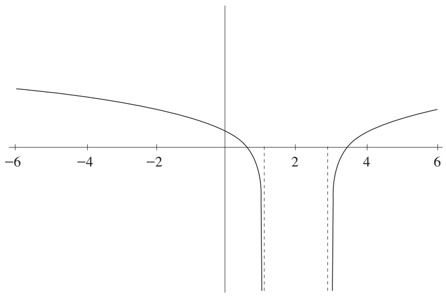
II)



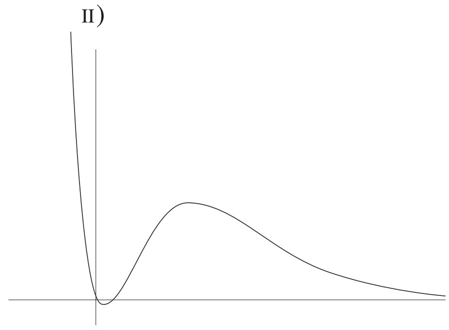
III)



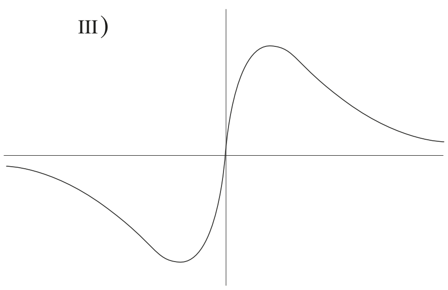
[8.34] I)



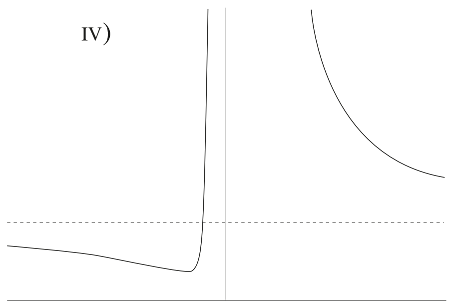
II)



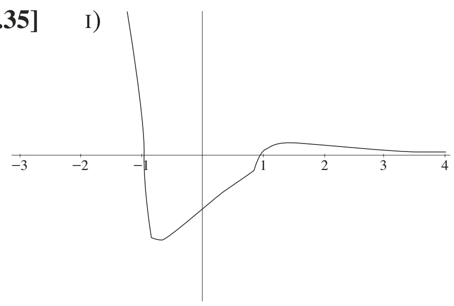
III)



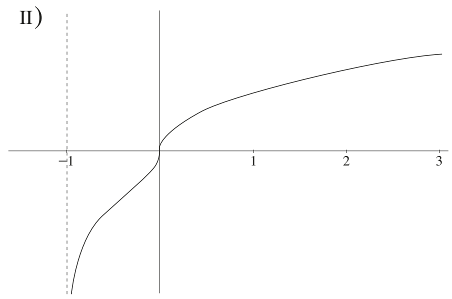
IV)



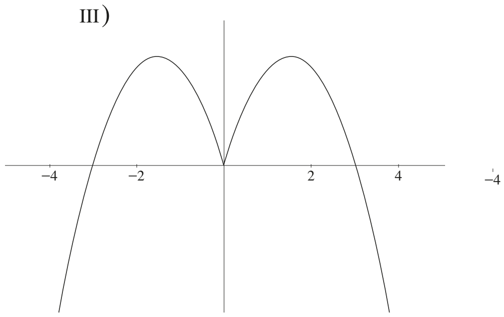
[8.35] I)



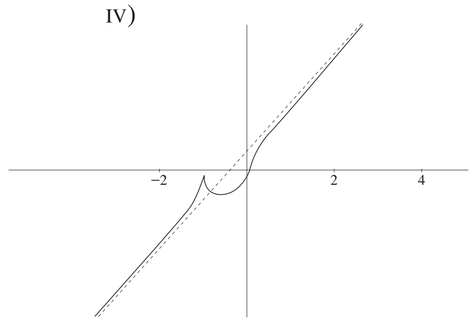
II)



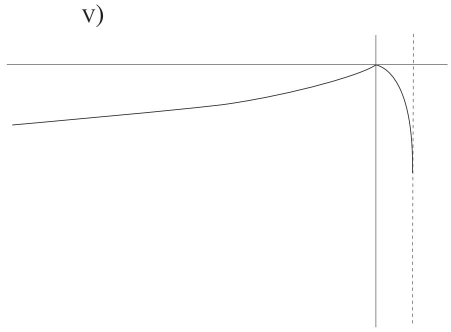
III)



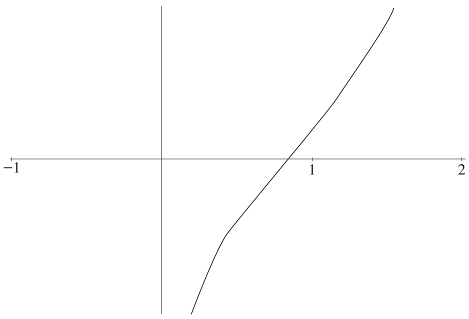
IV)



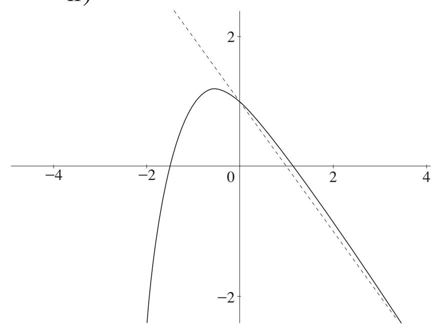
V)



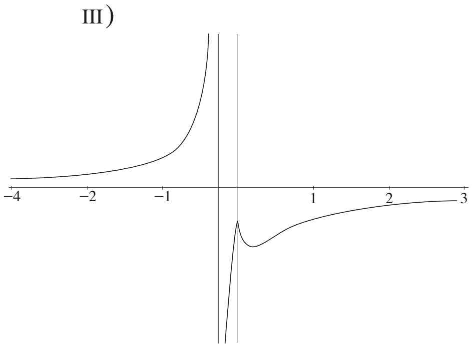
[8.36] I)



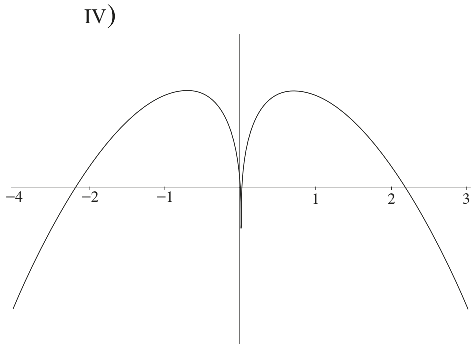
II)



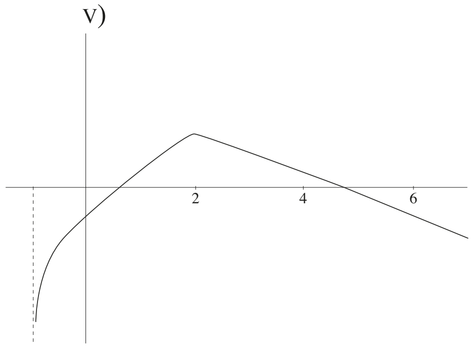
III)



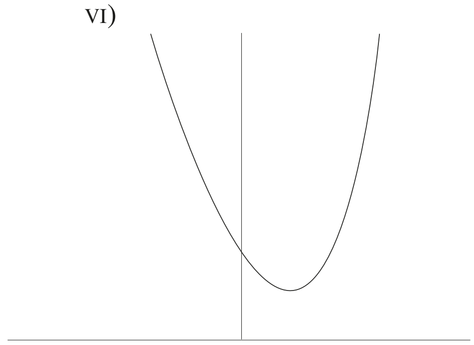
IV)



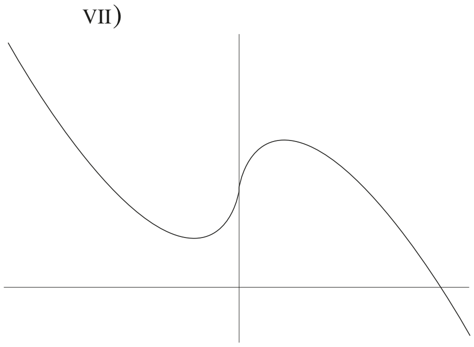
V)



VI)



VII)



Capitolo 9

[9.1] I) $\frac{1}{6}x^6+c$ II) $\operatorname{arcsen} x+c$

III) $x-8\log|x|-\frac{7}{3x^3}+c$ IV) $2\sqrt{x}+c$

V) e^x+x+c VI) $\operatorname{tg} x-\operatorname{cotg} x+c$

[9.2] I) $\log|x^2+x|+c$ II) $\frac{1}{2}\log|x^2+8x+11|+c$

III) $\log|\log x|+c$ IV) $-\log|3-e^x|+c$

V) $\log|\log^2 x+3\log x|+c$ VI) $x-\log(1+e^x)+c$

VII) $\frac{1}{2}\log(x^2+2x+7)+c$

[9.3] I) $\log|x+7|+c$ II) $\frac{1}{2}\log|2x+7|+c$

III) $-e^{-x+3}+c$ IV) $\frac{1}{14}(2x+4)^7+c$

V) $\frac{2}{9}\sqrt{(3x+1)^3}+c$ VI) $\frac{2}{3}\sqrt{3x-7}+c$

VII) $\frac{2}{3}\sqrt{x^3+2}+c$ VIII) $\frac{1}{5}\log^5 x+c$

IX) $-\frac{1}{4}\cos^4 x+c$ X) $\frac{1}{16}(2x^2+5)^4+c$

XI) $-\frac{1}{2(x-3)}+c$ XII) $\frac{2}{3}\sqrt{2+e^{3x}}+c$

XIII) $\frac{4}{5}\sqrt[4]{(x+1)^5}+\frac{12}{13}\sqrt[12]{(x+1)^{13}}+c$ XIV) $\frac{2}{3}\sqrt{(1+\log x)^3}+c$

[9.4] I) $-\frac{8}{x+3}+c$ II) $2\log|x|-2\log|x+2|+c$

III) $3\log\left|\frac{x-4}{x+5}\right|+c$ IV) $\frac{1}{6}\log\left|\frac{x-3}{x+3}\right|+c$

[9.5] I) $\frac{2}{5}\log|x-4|-\frac{7}{5}\log|x+1|+\log|x+3|+c$

II) $2\log|x+1|-\log|x+3|-\log|x+4|+c$

[9.6] I) $\frac{1}{6}\log(3x^2-x+7)+\frac{13}{3\sqrt{83}}\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{83}}(6x-1)+c$

II) $\frac{3}{2}\log(x^2-2x+3)+2\sqrt{2}\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{2}}(x-1)+c$

III) $3\log|x-10|+4\log|x+12|+c$

IV) $-7\log|x-2|+10\log|x-3|+c$

V) $\frac{3}{2}\log|x-1|+\log|x+2|+c$

VI) $\frac{5}{2}\log|x+3|+\frac{7}{x+3}+c$

VII) $\frac{19}{4}\log|x-19|+\frac{21}{4}\log|x+21|+c$

[9.7] I) $2x-\frac{5}{4}\log|4x+3|+c$ II) $\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\log|2x+5|+c$

III) $x+6\operatorname{arctg}x+c$ IV) $3x-\frac{3}{\sqrt{7}}\operatorname{arctg}(\sqrt{7}x)+c$

[9.8] I) $\frac{1}{2}x^2+5x+4\log|x+2|+c$ II) $\frac{1}{2}x^2+7x+\frac{2}{3}\log|3x+1|+c$

III) $\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2+x+17\log|x-7|+c$ IV) $x^3+\frac{5}{2}x^2-2x+\frac{7}{3}\log|6x+1|+c$

V) $\frac{3}{2}x^2-2x+\frac{9}{2}\log|x-15|-\frac{1}{2}\log|x-1|+c$ VI) $\frac{1}{2}x^2+4x+\frac{5}{3}\log|3x-2|+2\log|x+1|+c$

[9.9] I) $e^x(x^2-2x+2)+c$ II) $-\frac{1}{3}e^{-3x+2}\left(x+\frac{1}{3}\right)+c$

III) $\frac{1}{2}x^2\left(\log^2 x-\log x+\frac{1}{2}\right)+c$ IV) $\frac{2}{3}x^3\log x-\frac{1}{2}x^2\log x-\frac{2}{9}x^3+\frac{1}{4}x^2+c$

V) $\frac{2}{3}x\sqrt{(x+4)^3}-\frac{4}{15}\sqrt{(x+4)^5}+c$ VI) $\frac{2}{3}\sqrt{x^3}\log x-\frac{4}{9}\sqrt{x^3}+c$

VII) $\frac{1}{2}(x^2\operatorname{arctg}x+\operatorname{arctg}x-x)+c$ VIII) $-\frac{1}{2}\operatorname{sen}x\cos x+\frac{1}{2}x+c$

[9.10] I) $\frac{\log x}{2-x}-\frac{1}{2}\log|x|-\frac{1}{2}\log|2-x|+c$ II) $x\log(1+2x^2)-2x+\sqrt{2}\operatorname{arctg}\sqrt{2}x+c$

III) $\frac{x^4}{4}\log 2x-\frac{1}{16}x^4+c$ IV) $-\frac{2x^2}{3^x\log 3}-\frac{4x}{3^x\log^2 3}-\frac{4}{3^x\log^3 3}+c$

V) $-x\cos x+\operatorname{sen}x+c$ VI) $\frac{1}{2}e^x(\operatorname{sen}x+\cos x)+c$

[9.11] I) $e^x+2\log(e^x+1)+c$ II) $-2e\operatorname{arctg}e^{-x}+c$

III) $\frac{3}{\cos x}-\log|\cos x|+c$ IV) $3e^{\sqrt[3]{x-2}}\left(\sqrt[3]{(x-2)^2}-2\sqrt[3]{x-2}+2\right)+c$

V) $\frac{2}{3}\log|e^x-2|-\frac{2}{3}\log(e^x+1)+c$ VI) $\operatorname{arcsen}(\log x)+c$

[9.12] I) $-\frac{2}{1+\log x}+c$ II) $2\sqrt{x}-14\log(\sqrt{x}+7)+c$

III) $10\sqrt{x+3}-x+c$ IV) $-\frac{3}{2}\cos 2\sqrt{x+1}+c$

V) $2\sqrt{x+1}+\log\left|\frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}+1}\right|+c$ VI) $2\log(1+\sqrt{1+x})+c$

[9.13] I) $-\frac{1}{6}\cos(3x^2+5)+c$ II) $-\operatorname{cotg} x^3+\operatorname{tg} e^x+c$

III) $\frac{1}{4}\operatorname{arctg}\frac{x}{4}+c$ IV) $\frac{4}{3}\operatorname{arcsen} x^3+c$

V) $x+\log|\operatorname{sen} x+\cos x|+c$

[9.14] $F(x)=-\frac{1}{2}\sqrt[3]{(1-x^3)^2}+\frac{5}{2}$

[9.15] $F(x)=\frac{1}{3}x^3-3x^2-7x+\frac{73}{3}$

[9.16] $F(x)=x\log\frac{x-3}{x+2}-3\log|x-3|-2\log|x+2|$

[9.17] $F(x)=\frac{11}{2}\log|x+6|-\frac{11}{2}\log|x+8|+4$

[9.18] $F(x)=6\sqrt{x+3}+e^x-1$

[9.19] $F(x)=2x^2+3x-8e^{-x}+\frac{8}{e}$

[9.20] $F(x)=-\frac{1}{x}\log(x+2)+\frac{1}{2}(\log|x|-\log|x+2|)$

[9.21] $F(x)=-\frac{1}{2}e^{-2x+1}-\frac{3}{x}+\frac{1}{2}$

[9.22] $F(x)=6\sqrt{x+4}-5$

[9.23] $f(2)=3\log 2+\frac{\pi}{2}$

[9.24] $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=3$

Capitolo 10

[10.1] I) 0 II) $\frac{1}{3}\log 2-\frac{7}{72}$

III) 5 IV) e^4-1

V) $e-\frac{1}{e}+\frac{1}{2}e^2-\frac{1}{2}$ VI) $\frac{1}{3}(5\sqrt{5}-1)$

[10.2] I) $\log\frac{5}{2}$ II) $\log\frac{9}{49}$ III) $\frac{1}{7}\log 6$

[10.3] 16

[10.4] $-\log 4+18$

[10.5] $-\frac{65}{6}+e^2$

[10.6] $\sqrt{3}-1+\frac{3}{8\log 2}$

[10.7] $\frac{11}{6}+\frac{1}{2}\log^2 2$

[10.8] $3-\log(e^2+1)$

[10.9] I) $\frac{8}{3}$ II) $\frac{5}{4}\log 7-\frac{1}{4}\log 3-\frac{5}{4}\log 5$

III) $\frac{1}{2}(\log^2 2+\log^2 3)$ IV) $\frac{91}{12}$

V) $\frac{7}{3}-\frac{4}{3}\sqrt{2}$ VI) $\frac{7}{2}+6\log\frac{2}{3}$

[10.10] $\frac{50}{3}$

[10.11] $\frac{8}{3}$

[10.12] $\frac{32}{3}$

[10.13] $\frac{1}{15}$

[10.14] $x=-1,\ x=-2,\ x=\frac{1}{3}$; $2-2\log 2$

[10.15] $x=-1,\ x=\frac{1}{4},\ x=2$; $\frac{1099}{96}-6\log 2$

[10.16] $$F(x)=\begin{cases}-3x, & \text{se } 0\le x<1\\ \frac{1}{2}x^2-\frac{7}{2}, & \text{se } 1\le x<2\\ 3x^2+8x-\frac{59}{2}, & \text{se } 2\le x\le 4\end{cases}$$

[10.17] $$F(x)=\begin{cases}-5x, & \text{se } 0\le x<1\\ \frac{1}{3}x^3-\frac{16}{3}, & \text{se } 1\le x<\pi\\ \operatorname{sen} x+\frac{1}{3}\pi^3-\frac{16}{3}, & \text{se } \pi\le x\le 8\end{cases}$$

[10.18] $\mathbf{R}$

[10.19] $(-\infty, 3)$

[10.20] $(-3,+\infty)$

[10.21] $F(-1)<0$

[10.22] I) $\frac{1}{4}$ II) 0

III) 1 IV) $-\frac{3}{2}$

[10.23] I) $\frac{2x\log(2x^2+2)}{x^2+1}$ II) $1+\frac{4}{x}$

III) $2x\sqrt{x^4+2x^2+4}$ IV) $8x^2+2\log(2x)$

[10.24] $x=-\sqrt{3}$ è massimo relativo; $x=\sqrt{3}$ è minimo relativo

[10.25] $x=e^2$ è massimo relativo; $x=e^3$ e $x=1$ sono punti di minimo relativo

[10.26] $x=1$ è massimo relativo; $x=3$ è minimo relativo

[10.27] $y = 4x - 4$

[10.28] $y = \frac{e^3}{10}(x-3)$

[10.29] $y = \frac{6}{7}(x-1)$

[10.30] $P_2(x;\,2) = -\frac{1}{243}(2x^2 - 17x + 26)$

[10.31] $P_2(x;\,1) = \frac{1}{5}(x-1) - \frac{7}{400}(x-1)^2$

[10.32] $P_2(x;\,1) = -\frac{1}{2e}(x-1)^2$

[10.33] $P_2(x;\,0) = 1 + x + x^2$

[10.34] $c = \pm\frac{2}{\sqrt{3}}$

[10.35] $c = 0$

[10.36] $c = \frac{1}{2}(\log(e-1) - 3)$

[10.37]
I) $\frac{\pi}{4}$
II) $\frac{9}{2}$
III) $\frac{20}{3}$
IV) $\frac{3}{2}$
V) $-\frac{1}{4}$
VI) $-2 + 2e$
VII) $-\infty$

[10.38]
I) $\frac{1}{4}\log 5$
II) divergente
III) π
IV) $\log 9$
V) π
VI) $\frac{1}{2}\log\frac{5}{3}$

[10.39]
I) integrabile
II) non integrabile
III) non integrabile
IV) non integrabile
V) non integrabile

[10.40]
I) integrabile
II) non integrabile
III) non integrabile
IV) integrabile
V) non integrabile
VI) non integrabile

[10.41] $k < 0$

[10.42] $k = 2$

Capitolo 11

[11.1]
I) divergente
II) convergente
III) convergente
IV) divergente
V) convergente
VI) divergente

[11.2] I) $s_n = \left[-1-\frac{1}{2}+\frac{1}{n-2}+\frac{1}{n-1}\right]$, somma: $-\frac{3}{2}$

II) $s_n = \frac{1}{3}\left[1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}-\frac{1}{n+3}\right]$, somma: $\frac{11}{18}$

III) $s_n = \frac{1}{3}\left[\frac{1}{5}-\frac{1}{3n+5}\right]$, somma: $\frac{1}{15}$

IV) $s_n = \frac{1}{2}\left[1-\frac{1}{2n+1}\right]$, somma: $\frac{1}{2}$

V) $s_n = \left[1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right]$, somma: $\frac{3}{2}$

VI) $s_n = \frac{1}{3}\left[1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right]$, somma: $\frac{11}{18}$

[11.3] I) 1 II) $\frac{1}{3}$
III) 1 IV) $e-1$

[11.4] I) $\frac{e}{e-1}$ II) $\frac{e^2}{4(4-e)}$
III) divergente IV) $-\frac{9}{7}$
V) $-\frac{1}{24}$ VI) $\frac{56}{5}$
VII) -10

[11.5] $k<8$ e $k>10$; per $k=2$ la somma è $-\frac{1}{8}$

[11.6] $k<-1$; per $k=-2$ la somma è $\frac{3}{2}$

[11.7] $k>1$; la somma è $\frac{k}{2}$

[11.8] $k=\frac{3}{8}$

[11.9] I) divergente II) divergente
III) divergente IV) divergente
V) divergente VI) divergente

[11.10] I) convergente II) divergente
III) convergente IV) convergente
V) divergente VI) convergente

[11.11] I) convergente II) convergente
III) convergente IV) convergente
V) convergente VI) convergente

[11.12] I) convergente II) convergente
III) divergente IV) convergente
V) divergente VI) divergente

[11.13] I) convergente; II) divergente; III) convergente; IV) divergente; V) convergente; VI) divergente; VII) convergente

[11.14] I) convergente; II) convergente; III) irregolare; IV) convergente; V) convergente; VI) convergente

[11.15]
I) convergenza semplice ma non assoluta
II) convergenza semplice e assoluta
III) convergenza semplice e assoluta
IV) convergenza semplice e assoluta
V) convergenza semplice ma non assoluta
VI) convergenza semplice ma non assoluta

[11.16] Per $\alpha > 5$ e $\beta = 0$

[11.17]
I) la serie è divergente per $0 \le k < 1$ e $3 < k \le 5$, convergente per $k < 0$ ed è irregolare per $1 < k < 3$
II) converge per ogni $k \in \mathbf{R}$
III) converge per $k > 1$ e diverge per $k \le 1$
IV) converge per $k < -1$
V) la serie è divergente per $-6 < k \le 1 - 4\sqrt{2}$ e $5 < k \le 1 + 4\sqrt{2}$; converge per $k < -2 - \sqrt{33}$, $1 - 4\sqrt{2} < k < -2 + \sqrt{33}$ e $k > 1 + 4\sqrt{2}$; è irregolare per $-2 - \sqrt{33} \le k < -6$ e $-2 + \sqrt{33} \le k < 5$
VI) converge per $k = 1$; diverge per $0 < k < 1$;
VII) converge per $-1 \le k \le 1$ mentre diverge per $k < -1$ e $k > 1$

[11.18] Converge per $e^{-1} < k < e$; la sua somma non è mai $\frac{1}{4}$

[11.19] Converge per $\frac{1}{4}$; non converge per $k \ge \frac{1}{2}$

[11.20] I) $k = 3$; II) $k = 0$; III) $k < -1$ e $k > 0$; IV) $k < 4$

Capitolo 12

[12.1] I) 1; II) 2; III) 3; IV) 1; V) 1; VI) 2; VII) 1; VIII) 1

[12.1]

I) 1 | II) 2
III) 3 | IV) 1
V) 1 | VI) 2
VII) 1 | VIII) 1

[12.2] Non sono soddifatte le ipotesi del teorema di esistenza e unicità poiché $f'_y(t, y)$ non è continua.

[12.3]

I) $y = ce^{2t}$

II) $y = t^3 - 3t^2 + 8t + c$

III) $4(y+1)^3 + 3t^4 = c$

IV) $y = -\frac{1}{t} - \log|t| + c$

V) $(y+1)^2 - (t-3)^2 = c$

VI) $e^y(y-1) - \frac{1}{3}t^3 + t = c$

VII) $y^2 = 2\,\mathrm{arctg}\, t + c$

VIII) $y + 3\log|y| - t + 5\log|t+5| = c$ e $y = 0$

IX) $y = ce^{2t+9e^{-t}}$

X) $y^2 = ce^{2t} - 1$

[12.4]

I) $y = 2e^{t^2} - \frac{3}{2}$

II) $y = \left(t^2 + \frac{\pi}{4}\right)$

III) $y = -\sqrt{34 - t^2}$

IV) $y = \frac{t^2}{2}$

V) $y = -t + \log(t+1)$

[12.5] $y = -e^{-t} + 1$

[12.6] $\bar{t} = \frac{\log 2}{k}$

[12.7]

I) $-\frac{3}{2} + ce^{2t}$

II) $ce^{2t} - (1+t)e^t$

III) $t^2 + \frac{c}{t}$

IV) $\frac{1}{4}e^{3t} + \frac{1}{3}e^{2t} + \frac{1}{2}e^t + 1 + ce^{-t}$

V) $ce^{-t} + \frac{1}{6}(2e^{2t} + 3e^t + 9\,\mathrm{sen}\, t - 9\cos t)$

VI) $\frac{1}{3}e^t + ce^{-2t}$

[12.8]

I) $e^t\,\frac{e^t + t + c}{e^t + 1}$

II) $\frac{c + e^t}{\mathrm{sen}\, t}$

III) $e^{-2e^t}c + \frac{1}{2}$

IV) $ce^{-\frac{t^2}{2}} + t^2 - 2$

V) $ce^{t^3} - \frac{4}{3}$

VI) $t^t(e^{-t}c + 1)$

[12.9] $tc - \frac{1}{2t}$

[12.10] I) $y = \frac{1}{2}t(t^2 - 5)$ II) $y = \frac{1}{5}(2e^{-t} + \operatorname{sen}(2t) - 2\cos(2t))$

III) $y = -2e^{-t+1} + 3$ IV) $y = -\frac{1}{t} + t^3$ per $t \in (-\infty, 0)$

V) $y = \frac{1}{t}(\operatorname{sen} t - t\cos t)$ VI) $y = \frac{1}{4}$

VII) $y = (t+1)(1 + 2\log(t+1))$

[12.11] I) 2 II) 4

III) 3 IV) 5

V) 4 VI) 2

[12.12] I) $\frac{c-4}{2^n} + 4$ II) $\left(c - \frac{3}{5}\right)(-4)^n + \frac{3}{5}$

III) $\left(c - \frac{8}{3}\right)\frac{1}{4^n} + \frac{8}{3}$ IV) $\left(c - \frac{49}{6}\right)\frac{1}{7^n} + \frac{49}{6}$

[12.13] $2^{n+1} - \frac{1}{2}$

[12.14] $3^n - \frac{1}{6}$

[12.15] $8^{n+1} - 1$

[12.16] $-\frac{5}{3^n} + 9$

[12.17] Non esiste.

Capitolo 13

[13.1] I) primo e terzo quadrante

II) primo e terzo quadrante, assi esclusi

III) l'insieme dei punti situati al di sopra della bisettrice del primo e del terzo quadrante

IV) punti esterni alla circonferenza di centro (0, 0) e raggio $r = 1$

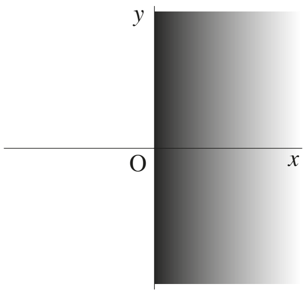
V) tutti i punti di $\mathbf{R}^2$ ad esclusione dell'asse x

VI) tutti i punti di $\mathbf{R}^2$ ad esclusione della bisettrice del primo e del terzo quadrante

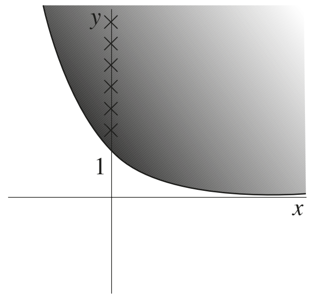
VII) $\mathbf{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$

[13.2]

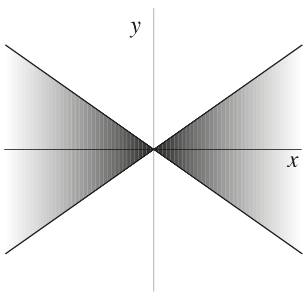
I)



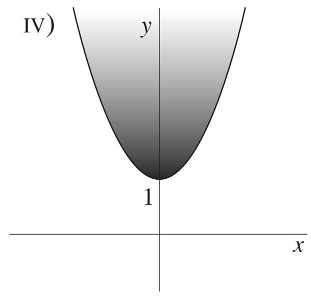
II)



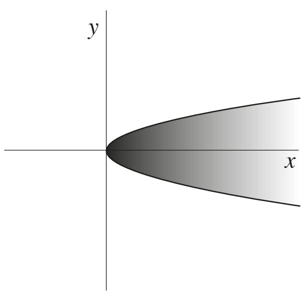
III)



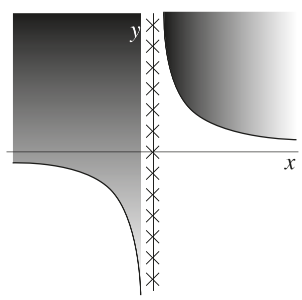
IV)



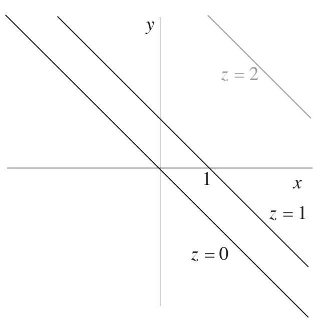
V)



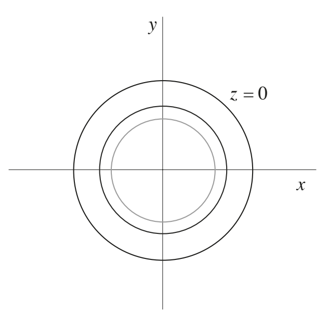
VI)



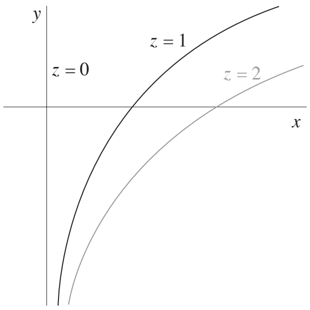
[13.3]



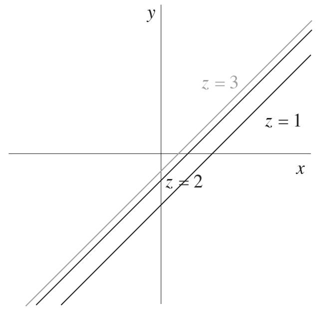
[13.4]



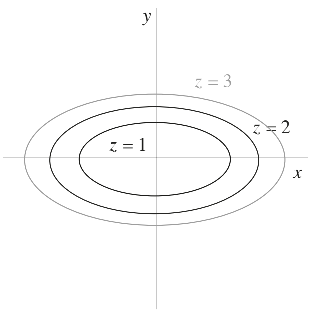
[13.5]



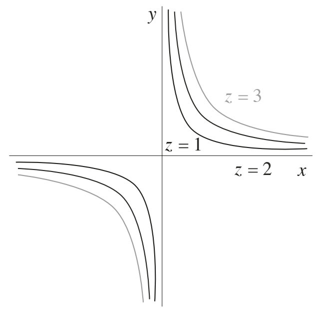
[13.6]



[13.7]



[13.8]



[13.9] I) non esiste II) non esiste
III) 0 IV) 0
V) $\frac{1}{2}$ VI) 1

[13.10] La funzione è continua nell'origine.

[13.11] La funzione è discontinua nell'origine.

[13.12] I) $f'_x(1, 1) = 10$
II) $f'_x(0, 1) = 0$ e $f'_y(0, 1) = 12$
III) $f'_x(1, 0) = \frac{3}{2}$ e $f'_y(1, 0) = 1$
IV) $f'_x(0, 2) = -\frac{1}{8}$ e $f'_y(0, 2) = \frac{1}{4}$
V) $f'_x(1, 1) = \frac{5}{16}$ e $f'_y(1, 1) = -\frac{1}{8}$
VI) $f'_x(2, 0) = 0$ e $f'_y(2, 0) = \log 13$

[13.13] -7

[13.14] 21

[13.15] $9e^{-4} - 10$

[13.16] $27e^2 + 92$

[13.17] $\frac{13}{10}\log 10 + \frac{237}{2}$

[13.18] $g'(0) = 0$

[13.19] $g'(0) = 0$

[13.20] $g'(0) = -1$

[13.21] $g'(1) = -1$

[13.22] -8

[13.23] -4

[13.24] -1

[13.25] -2

[13.26] $\frac{39}{4}$

[13.27] $(0, 0)$ e $(6, 9)$

[13.28] $(0, 0), (0, 2), \left(\frac{3}{2}, 0\right), \left(\frac{3}{2}, 2\right), \left(-\frac{3}{2}, 0\right), \left(-\frac{3}{2}, 2\right)$

[13.29] $(0, 0), (0, -3), (-2, 0), (-2, -3)$

[13.30] $(x, 0)$, con $x \in \mathbf{R}$, $\frac{1}{\ }, 2\Big)$ e $-\frac{1}{4}, -2\Big)$

[13.31] $(3, 0)$ e $(-5, 0)$

[13.32] $(0, 0), \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, 0\right)$ e $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, 0\right)$

[13.33] Il punto $(1, 1)$ è un minimo relativo.

[13.34] Non esistono estremanti.

[13.35] Il punto $\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$ è un massimo relativo.

[13.36] Non esistono estremanti.

[13.37] Il punto $(0, 0)$ è un minimo relativo.

[13.38] I punti $(0, y)$ con $y \in \mathbf{R}$ sono di minimo assoluto.

[13.39] Il punto $(2, 0)$ è un massimo relativo.

[13.43] I punti $(0, 1)$ e $(0, -1)$ sono di massimo assoluto.

[13.44] Non esistono punti di minimo.

[13.45] Il punto $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ è di minimo assoluto.

[13.46] I punti $\left(\sqrt{2}, 1\right)$ e $\left(-\sqrt{2}, 1\right)$ sono di minimo assoluto; il punto $(0, 3)$ è di massimo relativo.

[13.47] Il punto $\left(\frac{4}{3}, \frac{1}{3}\right)$ è di minimo assoluto.

[13.48] I punti $\left(\frac{\sqrt{29}}{5}, -\frac{2}{5}\right)$ e $\left(-\frac{\sqrt{29}}{5}, -\frac{2}{5}\right)$ sono di minimo assoluto.

[13.49] Il punto $\left(\frac{3}{8}, -\frac{119}{32}\right)$ è di massimo assoluto.

[13.50] Il punto $\left(\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{17}}, -\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{17}}\right)$ è di massimo assoluto mentre il punto $\left(-\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{17}}, \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{17}}\right)$ è di minimo assoluto.

[13.51] Il punto $\left(\frac{4}{\sqrt{33}}, -\frac{6}{\sqrt{33}}\right)$ è di minimo assoluto mentre il punto $\left(-\frac{4}{\sqrt{33}}, \frac{6}{\sqrt{33}}\right)$ è di massimo assoluto.

[13.52] I punti $(x, 0)$ con $x \in \mathbf{R}$ e $(2, y)$ con $y \geq 0$ sono di minimo assoluto.

[13.53] I punti $(+\sqrt{2}, y)$, $(-\sqrt{2}, y)$ con $y > 0$ e $(x, 0)$ sono minimi assoluti.

[13.54] Il punto (2, 0) è di massimo assoluto mentre (0, 0) è di minimo assoluto.

[13.55] Il punto $(-1, 0)$ è minimo assoluto mentre $(-1, 2)$ è di massimo assoluto.

[13.56] Il punto (0, 1) è di massimo assoluto mentre il punto (1, 0) è di minimo assoluto.

[13.57] Il punto $\left(\frac{3}{5}\sqrt{10}, \frac{1}{5}\sqrt{10}\right)$ è di massimo assoluto mentre il punto $\left(-\frac{3}{5}\sqrt{10}, -\frac{1}{5}\sqrt{10}\right)$ è di minimo assoluto.

[13.58] Il punto (1, 3) è di massimo assoluto mentre mentre il punto $(-1, 0)$ è di minimo assoluto.

Capitolo 14

[14.1]
$\mathbf{x} + \mathbf{y} = (3, 3)$
$\mathbf{x} + \mathbf{z} = (2, 13)$
$3\mathbf{z} = (0, 27)$
$\mathbf{z} - \mathbf{y} = (-1, 10)$

[14.2]
$\mathbf{x} + \mathbf{y} = (2, 3, 7)$
$\mathbf{x} + \mathbf{z} = (2, 5, 11)$
$2\mathbf{z} = (2, 4, 6)$
$\mathbf{z} - 3\mathbf{y} = (-2, 2, 6)$

[14.3] Non sono linearmente dipendenti.

[14.4] Sono linearmente dipendenti.

[14.5] Sono linearmente dipendenti.

[14.6] Sono linearmente dipendenti.

[14.7] $\mathbf{x} = 3\mathbf{x}^1 - 2\mathbf{x}^2$

[14.8] $\mathbf{x} = -2\mathbf{e}^1 - \mathbf{e}^2 + 3\mathbf{x}^3$

[14.9] $\mathbf{x} = 2\mathbf{x}^1 + 4\mathbf{x}^2 - 2\mathbf{x}^3$

[14.10] $\mathbf{x} = 5\mathbf{x}^1 + 4\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^3$

[14.11] Impossibile.

[14.12] $\mathbf{x} = 3\mathbf{x}^1 + 5\mathbf{x}^2$

[14.13] $t = \frac{9}{4}$

[14.14] $t = 6$

[14.15] $t = -1$

[14.16] Le coppie I) e II).

[14.20] Sono sottospazi vettoriali gli insiemi A, D, F.

[14.21] $\mathbf{R}^2$ e $\{(x_1, x_2) x_2 = 3x_1\}$

[14.22] $\mathbf{R}^2$ *e* $\{(x_1, x_2) x_2 = -x_1\}$

[14.24] $(-2z, -z, z)$

[14.25] $t=-3$ e $t=5$

[14.26] $t=-6$

[14.27] Punti interni: (1, 1) e (3, 4)
punti esterni: (0, 0)
punti di frontiera: (0, 1) e $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

[14.28] Punti interni: (0, 0) e $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
punti esterni: (1, 2), (3, 1), (0, 2)
punti di frontiera: (0, 1) e $(-1, -1)$

[14.29] Gli insiemi A, B, C sono costituiti da soli punti di frontiera, non hanno punti interni e l'insieme dei punti esterni è dato dai loro complementari. L'insieme D è un aperto di $\mathbf{R}^3$, dunque tutti i suoi punti sono interni; i punti di frontiera sono $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^3 : \| x \| = 1\}$

[14.30] A non è né aperto né chiuso
B è chiuso
C non è né aperto né chiuso.

[14.31]
$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = 1$
$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 1$
$\| \mathbf{x} \| = \sqrt{2}$
$\| \mathbf{y} \| = 1$

[14.32]
$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = 38$
$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 2\sqrt{2}$
$\| \mathbf{x} \| = \sqrt{26}$
$\| \mathbf{y} \| = \sqrt{58}$

[14.33]
$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = 19$
$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sqrt{77}$
$\| \mathbf{x} \| = \sqrt{74}$
$\| \mathbf{y} \| = \sqrt{41}$

[14.34]
$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = -6$
$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sqrt{35}$
$\| \mathbf{x} \| = \sqrt{21}$
$\| \mathbf{y} \| = \sqrt{2}$

Capitolo 15

[15.1]

$$\mathbf{AB} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 4 \\ -2 & 0 & 8 \\ -3 & 0 & 12 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{BC} = \begin{bmatrix} 15 & -4 & 11 \end{bmatrix}$$

$$2\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{A} + \mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 7 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{AB} - \mathbf{C} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 \\ -2 & -2 & 6 \\ -7 & 1 & 9 \end{bmatrix}$$

[15.2] $\mathbf{AB} = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$ $\quad\mathbf{BA} = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 11 \\ 1 & -2 & 4 \\ 2 & -2 & 6 \end{bmatrix}$

[15.3] $\mathbf{AB} = \begin{bmatrix} -5 & 19 & 6 \\ -1 & 12 & 2 \\ 2 & 45 & 7 \end{bmatrix}$ $\quad\mathbf{BA} = \begin{bmatrix} 4 & 9 & 4 \\ 4 & -3 & 3 \\ 11 & 5 & 13 \end{bmatrix}$

[15.4] $\mathbf{AB} = \begin{bmatrix} 10 & 3 & -65 \\ 11 & 26 & 34 \\ 4 & 10 & -4 \end{bmatrix}$ $\quad\mathbf{BA} = \begin{bmatrix} -3 & 13 & -4 \\ 24 & 32 & -10 \\ 21 & 24 & 3 \end{bmatrix}$

[15.5] $\det \mathbf{A} = 2$
$\det \mathbf{B} = 4$
$\det \mathbf{C} = 13$

[15.6] $\det \mathbf{A} = 0$
$\det \mathbf{B} = 34$
$\det \mathbf{C} = -22$
$\det \mathbf{D} = 31$

[15.7] $\alpha \in \left(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right]$ e $\alpha \in \left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$

[15.8] $\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ **B** non ammette inversa $\quad\mathbf{C}^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 1 \\ -\frac{3}{4} & \frac{5}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

[15.9] $\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{20} & -\frac{1}{20} & \frac{1}{4} \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{5} & 0 \\ -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 \end{bmatrix}$ $\quad\mathbf{B}^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{4}{11} & \frac{9}{11} & \frac{6}{11} & -\frac{1}{11} \\ \frac{7}{11} & -\frac{13}{11} & -\frac{16}{11} & -\frac{1}{11} \\ -\frac{6}{11} & \frac{8}{11} & \frac{9}{11} & -\frac{7}{11} \\ \frac{9}{11} & -\frac{12}{11} & -\frac{8}{11} & \frac{5}{11} \end{bmatrix}$

[15.10] **A** è invertibile per $\alpha \neq 0$ e $\alpha \neq 1$ **B** è invertibile per $\alpha \neq \frac{7 \pm \sqrt{17}}{4}$
C è invertibile per $\alpha \neq 0$ e $\alpha \neq 11$ **D** è invertibile per $\alpha \neq -21$

[15.11] $\forall \alpha \in \mathbf{R}$

[15.12] $\begin{bmatrix} -5 & 5 \\ 3 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$

[15.13] $\begin{bmatrix} 9 & 7 \\ 15 & 15 \\ -\frac{}{2} & -\frac{}{2} \end{bmatrix}$

[15.14] $\begin{bmatrix} -3 & 39 \\ -2 & 41 \end{bmatrix}$

[15.15] $\begin{bmatrix} -\frac{3}{4} & 0 \\ 1 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

[15.16] $\begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{5}{6} & \frac{4}{3} \end{bmatrix}$

[15.17] $\begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{4} \\ \frac{3}{2} \end{bmatrix}$

[15.18] $\begin{bmatrix} -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \\ \frac{6}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$

[15.19] $r(\mathbf{A}) = 2$

$r(\mathbf{B}) = 2$

[15.20] per $\alpha \neq 0$ e $\alpha \neq 11$, $r(\mathbf{A}) = 3$, mentre per $\alpha = 0$ e $\alpha = 11$, $r(\mathbf{A}) = 2$

per $\alpha \neq 1$ e $\alpha \neq -\frac{1}{3}$, $r(\mathbf{B}) = 3$, mentre per $\alpha = 1$ e $\alpha = -\frac{1}{3}$, $r(\mathbf{B}) = 2$

per $\alpha \neq 1$ e $\alpha \neq -\frac{1}{3}$, $r(\mathbf{C}) = 3$, mentre per $\alpha = 1$ e $\alpha = -\frac{1}{3}$, $r(\mathbf{C}) = 2$

[15.21] $\det \mathbf{A} = -4$ $\quad \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \begin{bmatrix} -2 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & -2 \\ 3 & -2 & -8 \end{bmatrix}$ $\quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

[15.22] Il sistema ammette infinite soluzioni della forma $\left(\frac{19-23z}{17}, \frac{20+8z}{17}, z\right)$

[15.23] Il sistema ammette infinite soluzioni della forma $\left(\frac{-2z+4}{3}, \frac{11z+5}{3}, z\right)$

[15.24] $\left(-\frac{6}{7}, \frac{38}{7}, -\frac{11}{7}\right)$

[15.25] Il sistema ammette infinite soluzioni della forma $\left(\frac{1-3z+t}{3}, \frac{2-3z-4t}{3}, z, t\right)$

[15.26] $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -4 & 8 & 2 \\ -6 & 12 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

infinite

[15.27] Per $k \neq 0, k \neq 2$ una sola soluzione

per $k = 0$ impossibile

per $k = 2$ infinite soluzioni

[15.28] Per $k \neq 3, k \neq 1 \pm \sqrt{2}$ solo la soluzione nulla

per $k = 3$ infinite soluzioni della forma $(x, 0, 0)$

per $k = 1 - \sqrt{2}$ infinite soluzioni della forma $\left(0, y, -\sqrt{2}\, y\right)$

per $k = 1 + \sqrt{2}$ infinite soluzioni della forma $\left(0, y, \sqrt{2}\, y\right)$

[15.29] Per $k \neq 0$ la soluzione è $\left(-\frac{k+1}{k^2}, \frac{2k+1}{k}, -\frac{1}{k}\right)$

per $k = 0$ impossibile

[15.30] Per $k \neq 3, k \neq -2$ la soluzione è $\left(\frac{k+1}{k+2}, \frac{3}{k+2}, \frac{1}{k+2}\right)$

per $k = 3$ infinite soluzioni della forma $(1 - z, 1 - 2z, z)$

per $k = -2$ impossibile

[15.31] Per $k \neq -3$ infinite soluzioni della forma $\left(\frac{2ky + 6y - k + 9}{k+3}, y, 1, \frac{4}{k+3}\right)$

per $k = -3$ impossibile

[15.32] $k = 1$ e $k = \frac{-3 \pm \sqrt{105}}{6}$

[15.33] $k = 0$

[15.34] Infinite soluzioni per ogni $k \in \mathbf{R}$

[15.35] Per $k \neq 2$ impossibile

per $k = 2$ infinite soluzioni

[15.36] Per $k \neq 0$ infinite soluzioni della forma $\left(\frac{k^2 z + 1}{k}, \frac{-3k^2 z + 3k - 2}{k}, z\right)$

per $k = 0$ impossibile

[15.37] Per $k \neq 1$ impossibile

per $k = 1$ infinite soluzioni della forma $(1 - y, y, y)$

[15.38] Per $k \neq 0$ e $k \neq \frac{1}{2}$ la soluzione è $\left(\frac{k^2}{-2k+1}, -\frac{k+k^2}{1-2k}, \frac{k-k^2}{1-2k}\right)$

per $k = 0$ infinite soluzioni della forma $(0, -2z, z)$

per $k = \frac{1}{2}$ impossibile

[15.28] Per $k \neq 3, k \neq 1 \pm \sqrt{2}$ solo la soluzione nulla

per $k = 3$ infinite soluzioni della forma $(x, 0, 0)$

per $k = 1 - \sqrt{2}$ infinite soluzioni della forma $\left(0, y, -\sqrt{2}\,y\right)$

per $k = 1 + \sqrt{2}$ infinite soluzioni della forma $\left(0, y, \sqrt{2}\,y\right)$

[15.39] Per $k \neq 0$ e $k \neq -1$ la soluzione è $\left(-\frac{1}{k+1}, \frac{2+k}{k+1}\right)$

per $k = 0$ infinite soluzioni della forma $(x, -2x)$

per $k = -1$ impossibile

[15.40] Per $k \neq -5$ e $k \neq 2$ la soluzione è $\left(\frac{-3(k^2 - k - 2)}{-(k+5)(k-2)}, -\frac{4}{k+5}, -\frac{4}{k+5}\right)$

per $k = -5$ impossibile

per $k = 2$ infinite soluzioni della forma $\left(3y + 3, y, -\frac{5y+4}{2}\right)$

[15.41] Impossibile $\forall k \in \mathbf{R}$

[15.42] $\begin{bmatrix} -3 \\ 9 \\ 13 \end{bmatrix}$

[15.43] $\begin{bmatrix} 1 \\ 19 \end{bmatrix}$

[15.44] Per $a \neq -\frac{1}{2}$, $\mathbf{N}(\mathbf{f}) = \{0\}$

per $a = -\frac{1}{2}$, $\mathbf{N}(\mathbf{f}) = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y = 2x\}$

Capitolo 16

[16.1] $f'_x(0, 0) = f'_y(0, 0) = 1$

[16.2] 0

[16.3] I) $\left(\frac{7}{3}, 0, -1\right)$ II) $(e - 2, -e, e + 3)$

III) $(4, 8, -3)$ IV) $(1, -2, 3)$

V) $(-9, -52, 0)$ VI) $(-4, 5, 10)$

[16.4] $2 - 3e$

[16.5] $12e - 6$

[16.6] -21

[16.7] $7e + 2$

[16.8] I) $-\frac{1}{2}\mathrm{d}x - \mathrm{d}z$ II) $\frac{1}{4}\mathrm{d}x + 3\mathrm{d}y + 3\mathrm{d}z$

III) $-49\mathrm{d}x - \mathrm{d}y - 24\mathrm{d}z$ IV) $-2\mathrm{d}x + \frac{1}{4}\mathrm{d}z$

V) $2(e^2 - 4)\mathrm{d}x + 2(1 - 2e^2)\mathrm{d}y + e^2\mathrm{d}z$

VI) $16\mathrm{d}x + 24\mathrm{d}y + 16\mathrm{d}z$

[16.9] $\mathrm{d}^2 f(0, 1, 2) = 2\mathrm{d}x^2 - 6\mathrm{d}y^2 + 4\mathrm{d}x\mathrm{d}z$

[16.10] $\mathrm{d}^2 f(1, 1, 1) = 6\mathrm{d}x^2 + 6\mathrm{d}y^2 + 14\mathrm{d}x\mathrm{d}y + 2\mathrm{d}x\mathrm{d}z + 2\mathrm{d}y\mathrm{d}z$

[16.11] $\mathrm{d}^2 f(1, 0, 4) = e\mathrm{d}x^2 + e\mathrm{d}y^2 + 4e^9\mathrm{d}z^2 + 2e\mathrm{d}x\mathrm{d}y + 2\mathrm{d}x\mathrm{d}z$

[16.12] $\mathrm{d}^2 f(1, -1, 2) = 8\mathrm{d}x^2 - 12\mathrm{d}y^2 + 2\mathrm{d}z^2 + 8\mathrm{d}x\mathrm{d}y + 6\mathrm{d}y\mathrm{d}z$

[16.13] $P_3(0, x) = 3x - 2yz + z^3$

[16.14] $P_3(0; x) = 2x + y - z - \frac{(2x + y - z)^3}{6}$

[16.15] I) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & -4 \\ 0 & 2 & 0 \\ -4 & 0 & -12 \end{bmatrix}$ II) $\begin{bmatrix} 2 & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & -4 \\ 0 & -4 & 0 \end{bmatrix}$

III) $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 9 \\ 2 & 9 & -22 \end{bmatrix}$ IV) $\begin{bmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 4 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

V) $\begin{bmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 5 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ VI) $\begin{bmatrix} 0 & 5 & 5 \\ 5 & 0 & 4 \\ 5 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

[16.16] $(0, 0, 0), (1, \sqrt{2}, 0)$ e $(1, -\sqrt{2}, 0)$

[16.17] $\left(\frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{1}{2}\right)$

[16.20] Non è un estremante.

[16.21] $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ è minimo assoluto.

[16.22] $(0, 0, 0)$ è minimo assoluto.

[16.23] Non esistono estremanti.

[16.24] $(0, -2, 0)$ è minimo relativo.

[16.25] $\left(\frac{1}{2}, 0, 2\right)$ è massimo relativo.

[16.26] $(1, 0, 0)$ è minimo relativo.

[16.27] $(0, 0, 0)$ è minimo relativo.

[16.28] $\left(\frac{1}{4}, 0, 0\right)$ è minimo relativo.

[16.29] $(3, -2, 0)$ è minimo relativo.