



“Matematica III” – A.A. 2000/2001 – Quiz del 22/11/00 (di prova)

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. Sia  $f_n(x) = \frac{nx^2+x}{n+1}$ . La succ. di funz.  $\{f_n\}_{n=0}^\infty$  converge uniformemente su tutto  $\mathbb{R}$ ?  V /  F
2. Converge la serie  $\sum_{n=0}^\infty \frac{5^n}{n \cdot 4^{n+1}}$ ?  V /  F
3. Si consideri l'equazione alle differenze  $a_{n+3} = 4a_{n+2} - 5a_{n+1} + 2a_n$ . È vero che le uniche soluzioni che hanno limite finito per  $n$  che tende a  $+\infty$  sono costanti?  V /  F
4. La soluzione del problema  $\begin{cases} x' = x + t^2(x - e^t), \\ x(0) = 2 \end{cases}$  è definita e limitata su  $[0, +\infty)$ ?  V /  F
5. Esistono funzioni in  $\mathcal{H}(\mathbb{C})$  non costanti che assumono solo valori reali?  V /  F
6. Siano date funzioni  $f_n$  reali continue su  $[0, 1]$  tali che  $f_n(x) > 0$  e  $f_{n+1}(x) < f_n(x)$  per ogni  $n$  e per ogni  $x$  in  $[0, 1]$ . Allora la successione  $\{f_n\}$ :  
 A Converge puntualmente a una funzione non negativa.  
 B Converge puntualmente alla funzione nulla.  
 C Converge uniformemente.  D Può non convergere puntualmente.
7. Sia  $\gamma(t) = t \cdot \cos(1-t) + i(1-t) \cdot \cos(t)$  per  $t \in [0, 1]$ . Quanto fa  $\int_\gamma (3z^2 + 1) dz$ ?  
 A 0.  B 1.  C 2.  D 3.
8. Quanto fa  $\lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{n=k}^{k^2} \frac{1}{n}$ ?  A 0.  B 1.  C  $+\infty$ .  D  $\log(k)$ .
9. Sia  $x$  la soluzione del problema  $\begin{cases} x''' - 2x'' - 5x' + 6x = 0, \\ x(0) = 1, x'(0) = 0, x''(0) = 12. \end{cases}$  Quanto fa  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \log(x(t))$ ?  
 A 1.  B 2.  C 3.  D Non esiste.
10. Sia  $\gamma(t) = \cos(t) + it(\pi + t)(\pi - t)$  per  $t \in [-\pi, \pi]$ . Quanto fa  $\int_\gamma \frac{1}{z} dz$ ?  
 A  $2\pi i$ .  B  $2\pi$ .  C 0.  D  $-2\pi i$ .
11. Qual è il raggio di convergenza della serie  $\sum_{n=1}^\infty \log(n) \cdot \sin(n) \cdot z^n$ ?  
 A 0.  B 1.  C e.  D  $\pi$ .
12. Sia  $f(z) = \cos(1/\cos(z))$ . Qual è il raggio di convergenza dello sviluppo di  $f$  in serie di potenze centrato nel punto 0?  A 1.  B  $\pi$ .  C  $2/\pi$ .  D  $\pi/2$ .
13. Sia  $x$  la soluzione del problema  $\begin{cases} (2tx^2 - e^t) + 2t^2xx' = 0, \\ x(1) = \sqrt{e}. \end{cases}$  Quanto fa  $\lim_{t \rightarrow 0^+} x(t)$ ?  
 A 0.  B 1.  C  $+\infty$ .  D Non esiste.
14. Sia  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  e siano  $\{a_n\}_{n=0}^\infty$  e  $\{b_n\}_{n=0}^\infty$  successioni reali tali che  $a_{n+2} = f(a_n, a_{n+1})$  e  $b_{n+2} = f(b_n, b_{n+1})$  per ogni  $n$ . Sapendo che  $a_{99} = b_{99}$  e  $a_{100} = b_{100}$ , si può concludere che  $a_0 = b_0$ ?  
 A Sì, sempre.  B Sì se  $\partial f/\partial x \neq 0$  su  $\mathbb{R}^2$ .  C Sì se  $\partial f/\partial y \neq 0$  su  $\mathbb{R}^2$ .  D No, mai.
15. Se  $\gamma(t) = -t + i\sqrt{1-t^2}$  per  $t \in [-1, 1]$ , quanto fa  $\int_\gamma \frac{1}{z} dz$ ?  
 A  $i\pi$ .  B  $i$ .  C  $\pi$ .  D  $2i\pi$ .

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono  $\pm 3$  punti, le altre  $+3/-1$  punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.



Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. F

2. F

3. V

4. F

5. F

6. A

7. C

8. C

9. D

10. D

11. B

12. D

13. C

14. B

15. A



“Matematica III” – A.A. 2000/2001 – Quiz del 22/11/00 (di prova)

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F
2. V F
3. V F
4. V F
5. V F
6. A B C D
7. A B C D
8. A B C D
9. A B C D
10. A B C D
11. A B C D
12. A B C D
13. A B C D
14. A B C D
15. A B C D

---

1.♥ 2.◇ 3.♣ 4.♠ 5.♥ 6.♥ 7.◇ 8.♣ 9.♠ 10.♥ 11.♥ 12.◇ 13.♣ 14.♠ 15.♥

---