



“Matematica III 00/01” + “Matematica 99/00” – Quiz del 25/10/00 (di prova)

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Sia $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 2, z \geq 0\}$. È vero che $\int_S z^2 dx dz = 0$? V / F
2. L'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \cdot \log(1 + (x - y)^2) = 0\}$ è una curva? V / F
3. Sia $a \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$. Sia $(a_n)_{n=0}^\infty$ t.c. $a_0 = a$ e $a_{n+1} = 1 - \frac{1}{a_n}$ per $n \geq 0$. Esiste $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$? V / F
4. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ e sia $\omega = \frac{x dx + y dy}{x^2 + y^2}$. La ω è esatta su A ? V / F
5. Sia x la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} x' = (1 + x - t)^3 \\ x(0) = 1. \end{cases}$

La x si estende ad una funzione limitata sulla semiretta $[0, \infty)$? V / F

6. Sia $S \subset \mathbb{R}^3$ una superficie orientata senza bordo e sia γ una curva contenuta in S che separa S in due superfici S_1 e S_2 entrambe aventi γ come bordo. Siano S_1 e S_2 orientate coerentemente con l'orientazione di S . Allora le due orientazioni definite su γ da S_1 e S_2 sono:

A Uguali tra loro. B Opposte tra loro. C Dipende. D La situazione è impossibile.

7. Sia $\alpha(t) = (\cos(t), \sin(t), \sin(t))$ e $v(x, y, z) = (y + z, 2x + \sqrt{1 + y^4}, x + \log(1 + y^6 + z^6))$.

Quanto fa $\int_0^{2\pi} \langle v | \alpha'(t) \rangle dt$? A 0. B 1. C π . D $+\infty$.

8. Siano $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ tali che $Jf \neq 0$ e $Jg \neq 0$ ovunque. Sia $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : f(x, y) = 0\}$. Sia $f(0, 0) = g(0, 0) = 0$ e $\det \left(\frac{\partial(f, g)}{\partial(x, y)} \right) (0, 0) = 0$. Si può concludere che:

A 0 è un max locale di g su C . B 0 è un min locale di g su C . C g è costante su C .

D Se $\alpha : (-\varepsilon, \varepsilon) \rightarrow C$ è una parametrizzazione di C vicino a $(0, 0) = \alpha(0)$ si ha $(g \circ \alpha)'(0) = 0$.

9. Quanti punti critici ha la funzione $(x+1)^2 + y^2 + z^2/2$ sull'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z + y^2 - x^2 = 0\}$?

A Uno. B Due. C Tre. D Infiniti.

10. Per $0 \leq t \leq 1$ siano $\alpha_1(t) = (3t, t^3)$, $\alpha_2(t) = (3t, t^3 + 3)$, $\alpha_3(t) = (1 + t, 1)$ e $\alpha_4(t) = (1 + t, 2)$.

Quanto fa $\int_{\alpha_1} y dx - \int_{\alpha_2} y dx - \int_{\alpha_3} y dx + \int_{\alpha_4} y dx$? A 0. B 4. C 8. D 9.

11. Sia $a > 0$ e $(a_n)_{n=0}^\infty$ t.c. $a_0 = a$ e $a_{n+1} = a_n \cdot e^{-a_n}$ per $n \geq 0$. Quale è vera su $(a_n)_{n=0}^\infty$?

A È decrescente e limitata. B È crescente e limitata. C Non ha limite. D Vale sempre a .

12. Per quali $k > 0$ si ha $\int_{[0, k] \times [0, k]} \frac{y dx dy}{(x-2)^2} < \infty$? A $k > 2$. B $k < 2$. C $k \geq 2$. D $k \leq 2$.

13. Sia $v(x, y) = (x \cdot \log(2 - \sqrt{x^2 + y^2}), 1 - \sqrt{x^2 + y^2})$ e $Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$.

Quanto fa $\int_Q \operatorname{div}(v)$? A 1/2. B 0. C -1/2. D 2.

14. Sia x la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} x' = x^2(x + t)^2 \\ x(0) = 1. \end{cases}$ La x si estende ed è limitata:

A Su tutto \mathbb{R} . B Su $(-\infty, 0]$ ma non su $[0, +\infty)$.

C Su $[0, +\infty)$ ma non su $(-\infty, 0]$. D Nessuna delle precedenti.

15. Sia x la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} x' - x/t = t/(t-1) \\ x(2) = 2 \end{cases}$. Quanto fa $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t)/t$?

A 0. B 1. C $+\infty$. D Non esiste.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.



Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. V

2. F

3. F

4. V

5. F

6. B

7. C

8. D

9. C

10. C

11. A

12. B

13. A

14. B

15. C



“Matematica III 00/01” + “Matematica 99/00” – Quiz del 25/10/00 (di prova)

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D