




---

 Matematica III — Quiz del 25/6/02
 

---

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. La curva  $\alpha : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$  data da  $\alpha(t) = (1 - t^2, \cos(\pi t), \cos^2(t))$  è semplice?  V /  F
2. Siano  $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  tali che  $f(0) = g(0) = 0$  e  $Jf(0), Jg(0)$  sono entrambi non nulli.  
Se 0 è il minimo di  $g$  su  $\{x \in \mathbb{R}^2 : f(x) = 0\}$ , è vero che  $Jf(0)$  e  $Jg(0)$  sono paralleli?  V /  F
3. La soluzione dell'equazione  $x' = -x(1 + t^2 x^2)$  con  $x(0) = 1$  esiste su tutto  $[0, \infty)$ ?  V /  F
4. È vero che  $\cos(z) = \cosh(iz)$ ?  V /  F
5. Se  $f \in \mathcal{H}(\mathbb{C})$  e  $f(x) \in \mathbb{R}$  per ogni  $x \in \mathbb{R}$ , si può concludere che  $f$  è costante?  V /  F
6. Sia  $Q = [0, 1] \times [0, 1]$ . Quanto fa  $\int_{\partial Q} x^2 dy$ ?  A 2.  B 1.  C 1/2.  D 0.
7. Sia  $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$  e  $v(x, y, z) = (-y e^{1-x^2-y^2-z^2}, x e^{1-x^2-y^2-z^2}, 0)$ .  
Quanto fa  $\int_D \operatorname{div}(v)$ ?  A 0.  B  $\pi$ .  C  $e$ .  D  $\pi \cdot e$ .
8. Sia  $x$  la soluzione di  $x'' = 6x' - 9x$  con  $x(0) = 0$  e  $x'(0) = 1$ .  
Quanto fa  $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-3t} x(t)$ ?  A  $-\infty$ .  B  $+\infty$ .  C 1.  D 0.
9. Sia  $(a_n)_{n=0}^\infty$  la soluzione di  $a_{n+2} = 2a_n - a_{n+1}$  con  $a_0 = 2$  e  $a_1 = -1$ . Quale è vera?  
 A  $a_{100} < -1$ .  B  $-1 < a_{100} < 0$ .  C  $0 < a_{100} < 1$ .  D  $a_{100} > 1$ .
10. Siano  $\sum a_n$  e  $\sum b_n$  serie numeriche reali, con  $\sum a_n$  assolutamente convergente.  
Quale delle seguenti garantisce che  $\sum b_n$  converge?  
 A  $b_n/a_n < 1/2$ .  B  $|b_n/a_n| < 2^n$ .  C  $|b_n/a_n| > 1/2$ .  D  $|b_n/a_n| < 1$ .
11. Quanto fa  $\partial/\partial \bar{z} (\bar{z} e^z)$ ?  A  $\bar{z} e^z$ .  B  $\bar{z}$ .  C  $e^z$ .  D 0.
12. Se  $\Delta_R = \{z \in \mathbb{C} : |z| < R\}$  e  $f \in \mathcal{H}(\overline{\Delta}_R)$  è tale che  $|f(z)| \leq k$  per  $z \in \partial \Delta_R$ , si può concludere che  $|f'(0)|$  è maggiorato da:  A  $k/R^2$ .  B  $k/R$ .  C  $k/2\pi R^2$ .  D  $k/2\pi R$ .
13. Quanto fa  $\int_{|z|=2} \frac{z dz}{(z^2-1)(z^2-9)}$ ?  A  $-\pi i/4$ .  B 0.  C  $-\pi i/8$ .  D  $-\pi i/2$ .
14. Se  $f, g \in \mathcal{H}(\mathbb{C} \setminus \{0\})$  hanno in 0 un polo, può  $f + g$  avere una singolarità eliminabile?  
 A No, mai.  B Sì se  $f$  e  $g$  hanno residuo nullo.  C Sì se  $f$  e  $g$  hanno ordini diversi.  
 D Sì se  $f$  e  $g$  hanno polo semplice e residui opposti.
15. Se  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{C}$  e Laplace  $\mathcal{L}(f)$  esiste per  $z = 1$ , si può concludere che esiste per ogni:  
 A  $z \in \mathbb{C}$ .  B  $z \in \mathbb{C}$  con  $|z| > 1$ .  C  $z \in \mathbb{C}$  con  $\operatorname{Re}(z) > 1$ .  D  $z \in \mathbb{C}$  con  $\operatorname{Im}(z) > 1$ .

---

 Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono  $\pm 3$  punti, le altre  $+3/-1$  punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.
 

---

 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
 

---



---

Matematica III — Quiz del 25/6/02

---

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F
2. V F
3. V F
4. V F
5. V F
6. A B C D
7. A B C D
8. A B C D
9. A B C D
10. A B C D
11. A B C D
12. A B C D
13. A B C D
14. A B C D
15. A B C D

---

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

---



## Risposte esatte

. . .

1. F

2. V

3. V

4. V

5. F

6. B

7. A

8. B

9. D

10. D

11. C

12. B

13. A

14. D

15. C