

Esercizi di Matematica

Scienze Biologiche 15/16 – Corso A

(Carlo Petronio)

Foglio del 18/5/2016

La distribuzione gaussiana X con media μ e deviazione standard σ è quella con funzione di densità

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

Indichiamo con F l'associata funzione di ripartizione e con F_0 quella corrispondente ai valori $\mu = 0$ e $\sigma = 1$.

Esercizio 1 Verificare le uguaglianze

- $F(x) = F_0\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$
- $F_0(-a) = 1 - F_0(a)$

e dedurre che i valori di $F_0(x)$ tabulati per $x \geq 0$ consentono il calcolo approssimato di $F(x)$ per ogni x .

(In tutti i successivi esercizi di oggi i valori si intendono approssimati.)

Esercizio 2 Per $\mu = 100$ e $\sigma = 64$ calcolare $p(X > 90)$.

Esercizio 3 Per $\mu = 0.824$ e $\sigma = 0.042$

- Calcolare $p(0.784 \leq X \leq 0.934)$
- Trovare k tale che $p(|X - 0.824| \leq k) = 0.95$

Esercizio 4 Per $\mu = 2$ e $\sigma = 3$

- Calcolare $p(-1.5 \leq X \leq 4.2)$
- Trovare k tale che $p(X \geq k) = 0.9$

Esercizio 5 Calcolare il massimo della funzione di densità di una distribuzione gaussiana di media μ e deviazione standard σ .

Esercizio 6 Se $F(x) = F_0(2x + 1)$ quanto valgono media e deviazione standard della variabile con funzione di ripartizione F ?

Esercizio 7 Una variabile con varianza 2π ha densità gaussiana f che assume valore $\frac{1}{4\pi}$ in $x = 3$. Calcolare la media μ .

Esercizio 8 Una variabile con varianza $\frac{1}{2\pi}$ ha densità gaussiana f che assume valore $e^{-4\pi}$ in $x = 1$. Calcolare la media μ .

Esercizio 9 Una variabile con varianza 1 ha densità gaussiana f che assume valore e^{-8} in $x = -2$. Calcolare la media μ .

Esercizio 10 In una popolazione animale la durata media della vita è bene approssimata da una gaussiana con media 6.2 per le femmine e 5 per i maschi, e varianza 1 per entrambi. Qual è la probabilità che in una coppia maschio-femmina entrambi vivano almeno 7 anni?

Esercizio 11 Il tempo in secondi sui 100 metri piani di un gruppo di corridori ha distribuzione gaussiana con media 15.5 e varianza 1.44. Che tempo deve tenere un atleta per essere nel 20% più veloce?

Esercizio 12 Il peso in grammi di un'arancia è approssimato da una gaussiana con media 120 e deviazione standard 40. Le arance che pesano meno di 80 vengono scartate, le altre vengono divise in parti uguali tra medie e grandi. Quale soglia di peso separa le arance medie dalle grandi?