



1. Data  $A \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$  con  $\text{tr}(A) = 3$  e  $\det(A) = -11$  calcolare  $p_A(t)$  sapendo che  $p_A(1) = 5$ .

2. Per quali  $a \in \mathbb{R}$  esiste  $M \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$  ortogonale tale che  ${}^t M \cdot \begin{pmatrix} 0 & 6 & -2 \\ -6 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot M = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ?

3. Trovare i punti di intersezione tra il luogo  $\{[2t : t - 3 : t + 1] \in \mathbb{P}^2(\mathbb{R}) : t \in \mathbb{R}\}$  e l'insieme dei punti all'infinito della quadrica  $xy - 5y^2 + z^2 + \sqrt{5}z = 7$ .

4. Provare che la quadrica di equazione  $(1 + a^2)x^2 + ay^2 + z^2 - 2ax + 2y + 1 = 0$  non è mai degenere, e trovarne il tipo affine al variare di  $a \in \mathbb{R}$ .

5. Trovare la giacitura della retta tangente alla curva di equazione  $3x^3 - xy^2 = 6$  nel suo punto di ascissa 2 e ordinata positiva.

6. Calcolare  $\int_{\alpha} ((x + y^2) dx + (x^2 - y) dy)$  con  $\alpha : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  data da  $\alpha(t) = (t^2 - 2, 1 - t^2)$ .

7. Calcolare  $\int_{\alpha} \left(y + \frac{1}{x+2}\right) dx$  con  $\alpha : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$  data da  $\alpha(t) = (\cos(t), \sin(t))$ .

---

### Le risposte devono essere sinteticamente giustificate

Deve essere esibito il libretto o un documento. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Questo foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Questo foglio va consegnato alla fine della prima ora. Durante la prima ora non è concesso alzarsi né chiedere chiarimenti. Durante la prima ora sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e la cancelleria.



1.

- (A) ( punti)
- (B) ( punti)
- (C) ( punti)
- (D) ( punti)
- (E) ( punti)

2.

- (A) ( punti)
- (B) ( punti)
- (C) ( punti)
- (D) ( punti)
- (E) ( punti)

---

Deve essere esibito il libretto o un documento. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e la cancelleria. Dall'inizio della seconda ora si possono consultare i libri di testo del corso, esclusivamente in originale e senza annotazioni. Si può uscire solo in casi eccezionali. Ogni foglio consegnato deve recare nome e numero di matricola. La soluzione di ogni esercizio deve essere consecutiva su un solo foglio. La minuta non va consegnata. Per risolvere un punto di un esercizio è sempre lecito utilizzare gli enunciati dei punti precedenti, anche se non si è riusciti a risolverli.

---



## Risposte

5. ♥

1.  $t^3 - 3t^2 - 4t + 11$

2.  $a = \pm\sqrt{41}$

3.  $[4 : -1 : 3]$  e  $[11 : 4 : 6]$

4. La matrice associata ha determinante  $-a^2 + a - 1$  sempre negativo. Ellissoide per  $a > 0$ , paraboloido ellittico per  $a = 0$ , iperboloido ellittico per  $a < 0$

5.  $\text{Span}\left(\begin{pmatrix} 4 \\ 9 \end{pmatrix}\right)$

6.  $-3$

7.  $-\pi$

---

1. ♠ 2. ♥ 3. ♠ 4. ♣ 5. ♥ 6. ♠ 7. ♣ 8. ♥ 9. ♣ 10. ◇

---



## Soluzioni

**1.**

- (A)
- (B)
- (C)
- (D)
- (E)

**2.**

- (A)
- (B)
- (C)
- (D)
- (E)