

Prefazione

Per uno studente appena iscritto a una facoltà scientifica il primo impatto con il corso di Geometria è indubbiamente duro. Lo studente si aspetta di rivedere quadrati e triangoli, o magari finalmente di imparare qualcosa su sfere e parallelepipedi, e invece nel giro di poche settimane si trova immerso in nozioni astruse tipo “spazi vettoriali di dimensione n ” o peggio ancora in manipolazioni apparentemente prive di senso di tabelle di numeri chiamate per qualche misterioso motivo “matrici”. Gli viene promesso che un giorno tutto ciò gli sarà utile, ma per il momento il nostro studente a volte non capisce neppure se c’è una relazione fra quanto studiato per anni e la serie di concetti astratti che gli vengono propinati spesso quasi senza motivazioni.

Eppure il corpo di argomenti che viene tradizionalmente insegnato nel primo corso di Geometria nelle università italiane non è nato nel vuoto, anzi; è stato creato pazientemente negli ultimi due secoli per rispondere a problemi ben precisi, sia applicativi sia interni alla Matematica, e diversi di questi problemi sono di interesse immediato anche per uno studente del primo anno. Per esempio, lo studio dei sistemi lineari conduce in maniera naturale agli spazi vettoriali e alle applicazioni lineari; lo sforzo di astrazione viene poi ripagato da risultati quali il Teorema di Rouché-Capelli o il Teorema della dimensione che, affiancati da appropriate tecniche di calcolo del genere dell’eliminazione di Gauss, permettono di risolvere efficacemente problemi che lo stesso studente può essersi posto sui sistemi lineari. E una volta entrati all’interno della teoria diventa facile trovare ulteriori motivazioni per proseguire.

Dopo un simile preambolo non è difficile immaginare qual è una delle caratteristiche principali di questo testo: l’abbondanza di motivazioni ed esempi. Ogni nuovo concetto è collegato a qualcosa che lo studente già conosce, e che ne giustifica l’introduzione; e numerosi esempi vengono discussi per dare la possibilità di vedere in concreto il significato delle nuove nozioni e i possibili fenomeni che si possono presentare. Una certa enfasi è posta anche sulle tecniche di calcolo, con l’obiettivo di fornire prima possibile allo studente i mezzi per operare autonomamente con i nuovi concetti; ma tutte le tecniche sono rigorosamente dimostrate e inquadrare nel contesto, in modo da evitare che divengano delle semplici macchinette da utilizzare anche a sproposito senza capirne davvero il funzionamento.

Un altro problema che si deve affrontare studiando argomenti matematici (di qualunque livello, non solo al primo anno d’università) è che la semplice lettura del testo

non basta. Un ragionamento matematico è per sua stessa natura una successione logica di argomenti; viene quindi naturale seguire i singoli passaggi senza porsi problemi (del resto, è tutto logico) per poi ritrovarsi in fondo al capitolo e accorgersi: primo, di non saper risolvere un solo esercizio; secondo, di non aver minimamente capito perché siano stati fatti certi ragionamenti piuttosto che altri; terzo, di non essere assolutamente in grado di ricostruirli. Per cercare di prevenire il problema questo testo è stato scritto con uno stile che invita a una lettura attiva. In punti strategici viene chiesto allo studente di verificare subito d'aver capito il motivo di certi passaggi; alcuni dettagli semplici ma significativi di alcune dimostrazioni sono lasciati per esercizio (ma le soluzioni sono tutte in Appendice); e sono state preferite dimostrazioni che mostrassero chiaramente cosa stava accadendo ad altre magari (ma non necessariamente) più brevi o eleganti ma più oscure. Inoltre, per invogliare ulteriormente lo studente a interagire con ciò che legge, il testo si rivolge direttamente in seconda persona al lettore. Infine, ciascun capitolo è corredato da numerosi esercizi per permettere di verificare la comprensione sia teorica che pratica di quanto studiato.

Gli argomenti presentati in questo testo coprono le necessità fondamentali di un corso di Geometria per il primo anno dei corsi di laurea in Ingegneria, Matematica e Fisica: vettori applicati, sistemi lineari, spazi vettoriali, applicazioni lineari, matrici, determinanti, geometria affine ed euclidea del piano e dello spazio, numeri complessi, prodotti scalari, autovalori e autovettori, forme quadratiche, coniche e quadriche. Buona parte dei capitoli sono corredati di Complementi contenenti materiale aggiuntivo, utile per permettere a ciascun docente di adattare il testo alle esigenze specifiche del proprio corso (per esempio, il polinomio minimo, la forma canonica di Jordan o un'introduzione alla geometria proiettiva), per fornire informazioni di cultura generale allo studente (per esempio, un'esposizione elementare del Lemma di Zorn, o la dimostrazione del Criterio di Cartesio), o semplicemente per illustrare l'uso di tecniche specifiche (per esempio, il principio d'induzione o le sommatorie).

Questo libro nasce dalle note per i corsi di Geometria da me tenuti presso le Facoltà di Ingegneria delle Università di Roma Tor Vergata, Pisa e Ancona. Diverse persone ne hanno influenzato la stesura, indirettamente o direttamente, ed è un piacere avere la possibilità di ringraziarle qui: in ordine alfabetico, Silvana Abeasis, Welleda Baldoni, Marilù Chiofalo, Franco Conti, Tullio Franzoni, Laura Geatti, Mario Landucci, Adele Manzella, Giorgio Patrizio e Roberto Tauraso. Un ringraziamento particolare va a Chiara Tartara e allo staff della McGraw-Hill Libri Italia, che hanno reso la realizzazione di questa opera il più scorrevole possibile. E infine soprattutto un saluto speciale ai miei studenti di questi anni (in particolare all'indimenticato *Abate Funs Club*); senza la loro stima, il puntiglioso controllo su quanto propinavo loro e i continui appropriati commenti nulla di tutto ciò sarebbe stato possibile.

Marco Abate