

ANNO ACCADEMICO 2013–14

SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

MATEMATICA

PRIMO COMPITINO — TESTO C

PROFF. MARCO ABATE E ROSETTA ZAN

27 gennaio 2014

Nome e cognome _____

Matricola _____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x^2} & \text{per } x > 0, \\ x^2 + 1 & \text{per } x \leq 0. \end{cases}$$

Determinare se questa funzione è continua in $x_0 = 0$, motivando la risposta.

Esercizio 2. Risolvere per via grafica la disequazione

$$\log(|x| + 1) < |x| + 1.$$

Esercizio 3. Per quali valori del parametro $h \in \mathbb{R}$ i vettori $\vec{v} = 2\vec{i} - h\vec{j} + 5\vec{k}$ e $\vec{w} = \frac{1}{5}\vec{i} + 3\vec{j} + \frac{1}{2}\vec{k}$ sono collineari?

SECONDA PARTE

Esercizio 4. Data la funzione

$$f(x) = e^{\arctan(1/x)}$$

individuare:

- (a) dominio, intersezioni con gli assi e segno;
- (b) limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti orizzontali e verticali;
- (c) se possibile, gli intervalli di monotonia.

Abbozzarne quindi un grafico.

Esercizio 5. Trovare un esempio

- (a) di una funzione definita su tutto \mathbb{R} limitata superiormente ma non inferiormente e non avente né massimo né minimo;
- (b) di una funzione avente come asintoto verticale la retta $x = 1$ e come asintoto orizzontale a $+\infty$ la retta $y = 3$;
- (c) di una funzione definita su tutto \mathbb{R} , periodica di periodo 2, e avente come insieme immagine l'intervallo $[0, 6]$.

Esercizio 6.

- (a) Scrivere l'equazione del piano α passante per il punto $A = (0, -1, 2)$ e ortogonale al vettore $\vec{v} = \vec{i} - 3\vec{k}$.
- (b) Scrivere le equazioni parametriche della retta r passante per il punto $B = (0, 1, 0)$ e ortogonale al piano α .
- (c) Trovare le coordinate del punto Q intersezione della retta r con il piano α .