

ANNO ACCADEMICO 2017–18

SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

MATEMATICA

SECONDO COMPITINO — TESTO A

PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO

29 Marzo 2018

Nome e cognome _____

Matricola _____

Corso di laurea _____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se giuste.

Il compitino consiste di due parti. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta). Una volta superata la prima parte, perché il compitino sia sufficiente occorre che ne sia stato risolto correttamente almeno metà, comprendendo sia la prima sia la seconda parte.

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

2 Nome e cognome _____ Matricola _____

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Determina il dominio della funzione $f(x) = \ln(e^x - 1)$.

Esercizio 2. Calcola la derivata della funzione $f(x) = \ln(1 + \sqrt{1 + x^2})$.

Esercizio 3. Trova, se esiste, un polinomio $p(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx$ con $a \neq 0$ tale che $p(1) = p(2) = 0$.

SECONDA PARTE

Esercizio 4. Trova un esempio di:

- a) una funzione f_1 continua e crescente su tutto \mathbb{R} e tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x) = 2$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_1(x) = -\infty$.
- b) una funzione f_2 continua e crescente su tutto \mathbb{R} e tale che $f_2'(0) = 0$ e $f_2(0) = 1$.
- c) una funzione f_3 con dominio $(-\infty, -1)$ tale che $\lim_{x \rightarrow -1^-} f_3(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_3(x) = -\infty$.

Esercizio 5. In un esperimento di laboratorio una coltura di batteri cresce secondo la legge $N(t) = k \cdot \lambda^t$, dove k e λ sono costanti, e $N(t)$ corrisponde al numero di batteri presenti al tempo t (misurato in giorni). Dalle misurazioni compiute nei giorni $t = 1, 2, 3, 4, 5$ ricavi la seguente tabella

t	$N(t)$
1	5
2	13
3	30
4	82
5	186

Utilizzando il metodo dei minimi quadrati e riscalandolo opportunamente i dati trova una stima per i valori di k e λ . [*Suggerimento:* $\ln(5) \approx 1.6, \ln(13) \approx 2.6, \ln(30) \approx 3.4, \ln(82) \approx 4.4, \ln(186) \approx 5.2$]

Esercizio 6. Il costo per trivellare fino ad una profondità di h metri è pari a $h \times 10^3$ euro. A tale profondità si può estrarre una quantità di petrolio pari a $h^2/2$ metri cubi. Il prezzo a cui puoi rivendere il petrolio estratto è di p euro al metro cubo. Trova il valore di p sapendo che il tuo guadagno risulta minimo quando estrai petrolio ad una profondità di 50 metri.