

ANNO ACCADEMICO 2016–17

SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

MATEMATICA

SECONDO COMPITINO — TESTO A

PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO

20 Aprile 2017

Nome e cognome _____

Matricola _____

Corso di laurea _____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se giuste.

Il compitino consiste di due parti. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta). Una volta superata la prima parte, perché il compitino sia sufficiente occorre che ne sia stato risolto correttamente almeno metà, comprendendo sia la prima sia la seconda parte.

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Determina il dominio della funzione $f(x) = \log[\sqrt{x^2 - 4}]$. Trova il valore di $f'(\sqrt{6})$.

Esercizio 2. Motivando la risposta, determina se la funzione $f(x) = e^{1+\cos(3x)}$ è periodica. Se sì, trovanne il periodo.

Esercizio 3. Motivando la risposta, indica il numero di soluzioni reali dell'equazione

$$x^3 + x^2 + x = e.$$

SECONDA PARTE

Esercizio 4. Trova un esempio di:

- a) una funzione $f(x)$ tale che l'equazione $f(x) = 0$ sia soddisfatta se e soltanto se $x = 2k + 1$ con $k \in \mathbb{Z}$, cioè se e soltanto se $x = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$.
- b) una funzione continua e decrescente che abbia come dominio \mathbb{R} e la cui immagine sia l'intervallo aperto $(0, 2)$.
- c) una funzione dispari $f(x)$ che nel punto di coordinate $(1, f(1))$ abbia come tangente al suo grafico la retta $y = x - 1$.

Esercizio 5. Un'industria di pollame ti chiede di studiare il legame tra la percentuale di pulcini trovati morti alla schiusura dell'uovo e le ore di esposizione delle uova alla luce ultravioletta. I dati che ti vengono forniti sono riportati nella seguente tabella:

ore di esposizione	%
2	42
4	36
6	24
8	18

- a) Determina una funzione polinomiale del tipo

$$P(x) = a + bx + cx^2 + dx^3$$

che, interpolando i dati raccolti (cioè $P(2) = 42$, $P(4) = 36$, ecc.), metta in relazione l'ammontare x delle ore di esposizione alla luce ultravioletta con la percentuale $P(x)$ di mortalità dei pulcini.

- b) Quale valore di $x \geq 0$ minimizza la percentuale $P(x)$ di mortalità secondo questo modello?

Esercizio 6. Devi portare un carico di 100 litri di acqua da un punto A ad un punto B di un deserto, dove la distanza tra A e B è $|AB| = 500$ Km. Consideri allora se noleggiare un furgoncino con conducente che, al costo di 75 euro per ora ed alla velocità di 50 Km/h, ti porterebbe fino ad un punto P distante da B esattamente $|PB| = x$ Km. Per il rimanente tratto di percorso, cioè per x Km, continueresti poi a piedi, portando il tuo carico con un semplice carrello. Data l'elevata temperatura, nel tratto da P a B parte dell'acqua trasportata evaporerebbe, ed alla fine del viaggio avresti perso una quantità di acqua pari \sqrt{x} litri. Sapendo che arrivato in B potrai vendere l'acqua che ti rimane ad un prezzo di 40 euro per litro, trova:

- a) la funzione $g(x)$ che indica il guadagno alla fine del viaggio in funzione di x . [Per guadagno si intende la differenza tra quello che ricavi dalla vendita dell'acqua e ciò che spendi per il noleggio del furgone].
- b) il valore di $x \in [0, 500]$ che minimizza il tuo guadagno e quello che invece lo massimizza.