

MATEMATICA E STATISTICA — CORSO B
PROF. MARCO ABATE

QUINTO SCRITTO — ANNO ACCADEMICO 2006/07

8 gennaio 2008

Nome e cognome

Matricola

ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno.

Giustifica tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima sia la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

1. PARTE I

Esercizio 1.1. Calcolare il valore stimato e l'errore assoluto del tempo che impieghi a percorrere una distanza di 100 ± 5 km, mantenendo una velocità di 20 ± 2 km/h.

Esercizio 1.2. Può esistere una funzione derivabile $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ con f' sempre positiva e con un punto di minimo in $x = 0$? Se sì, fai un esempio; se no, spiega perché.

Esercizio 1.3. Calcola la derivata della seguente funzione:

$$\sin(x^2 + e^{2x}) .$$

2. PARTE II

Esercizio 2.1. Il colore dei semi di un tipo di mais è determinato geneticamente da un gene con due alleli: l'allele “G” dominante del chicco giallo e l'allele “b” recessivo del chicco bianco. Supponendo che la popolazione soddisfi le ipotesi della legge di Hardy-Weinberg, e che il 70% degli alleli nella popolazione siano di tipo “G” e il 30% siano di tipo “b”, calcola qual è la probabilità che una pianta di mais presa a caso abbia i chicchi gialli

- (i) non avendo nessun'altra informazione?
- (ii) sapendo che entrambi i “genitori” hanno chicchi bianchi?
- (iii) sapendo che entrambi i “genitori” hanno chicchi gialli?
- (iv) sapendo che almeno uno dei “genitori” ha chicchi gialli?

Esercizio 2.2. *Un accurato studio teorico ti porta alla conclusione che l'andamento di una specifica popolazione di opossum dell'Oregon è descritto da una funzione trigonometrica con periodo pari a 366 giorni. Inoltre ti aspetti che il primo massimo venga raggiunto in primavera alla fine di aprile, dopo 120 giorni. Usufruento di un finanziamento specifico, invii il tuo assistente in Oregon a contare il numero esatto di opossum della popolazione, e così scopri che il 29 giugno 2008 (anno bisestile) la popolazione consta di 150 opossum, mentre il 29 luglio 2008 consta di 125 opossum. Trova una funzione trigonometrica che descrive l'andamento della popolazione di opossum in accordo con questi dati.*

Esercizio 2.3. *Una popolazione di 100 organismi unicellulari è stata esposta a una terribile infezione, che provoca la morte dopo 15 minuti dal contagio. Supponendo che al tempo $t = 0$ solo un organismo sia infettato, uno studio epidemiologico ti dice che il numero $i(t)$ di organismi infettati dipende dal tempo t (espresso in minuti) secondo la funzione*

$$i(t) = \frac{101}{1 + 100 \cdot 10^{-0.1t}}.$$

Studia la funzione i , anche per tempi negativi. Quanto tempo impiega la popolazione a estinguersi completamente?