

ANNO ACCADEMICO 2018–19
SCIENZE GEOLOGICHE
MATEMATICA
PRIMO SCRITTO — TESTO A
PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO

10 giugno 2019

Nome e cognome _____

Matricola _____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se giuste.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima sia la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Calcola il dominio e la derivata delle funzione $f(x) = \sqrt{\sin(x)}$.

Esercizio 2. Trova per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$, se esistono, le due rette r e s di equazione parametrica rispettivamente

$$r : \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} = \begin{cases} 2 \\ -\alpha \\ -1 \end{cases} + t \begin{cases} 3 \\ 2\alpha \\ 9 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} = \begin{cases} -5\alpha \\ 3/2 \\ \alpha + 1 \end{cases} + t \begin{cases} \alpha/3 \\ 2 \\ \alpha \end{cases}$$

sono parallele.

Esercizio 3. Calcola il valore della costante k in modo che la funzione $f_X(x) = kx^2$ possa essere la densità di probabilità di una variabile aleatoria continua X definita sull'intervallo $[0, 1]$.

SECONDA PARTE

Esercizio 4. Trova un esempio di:

- (i) una funzione f_1 il cui dominio sia dato dall'unione delle due semirette aperte $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$;
- (ii) una funzione f_2 continua e crescente su tutto \mathbb{R} per cui sia anche vero che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_2(x) = 2$;
- (iii) una funzione pari f_3 il cui grafico sia tangente alla retta $y = 2x$ nel punto $(1, 2)$.

Esercizio 5. Hai notato che in casa tua si fulminano in media 5 lampadine in un anno. Ipotizzando che questi siano eventi indipendenti, calcola:

- (i) la probabilità che tra il fulminarsi di due lampadine passi almeno un mese;
- (ii) la probabilità che l'anno prossimo si fulminino almeno 3 lampadine.

Dopo un anno passato a cambiare lampadine, decidi di studiare meglio la situazione e scopri che esistono tre produttori principali di lampadine: Alampada, Billumino e Cluce. Le lampadine prodotte da Alampada costano 1 euro l'una e hanno una probabilità pari a 0.5 di fulminarsi in un anno; quelle prodotte da Billumino costano 2 euro l'una e hanno una probabilità pari a 0.2 di fulminarsi in un anno; e quelle prodotte da Cluce costano 3 euro l'una e hanno una probabilità pari a 0.1 di fulminarsi in un anno. Sapendo che ti servono 12 lampadine e puoi spendere 24 euro, quante lampadine devi comprare da ciascun produttore in modo che il valore atteso del numero di lampadine che si fulminano in un anno sia pari a 3?

Esercizio 6. Stai studiando la crescita di una colonia di panda. Al tempo $t = 0$, il numero di individui $y(0)$ consiste di 10 unità. Con il passare del tempo, la popolazione cresce secondo l'equazione $y' = (100 - y)t$.

- (i) Trova la formula esplicita che descrive il numero $y(t)$ di panda presenti al tempo $t \geq 0$.
- (ii) Traccia il grafico della funzione y , considerando anche valori di t negativi.
- (iii) Sapendo che ogni panda mangia 3 rami di bambù al giorno, stima (motivando la risposta) quanti rami di bambù possono certamente bastare ad assicurare sufficiente cibo all'intera colonia di panda per 1000 giorni.