

ANNO ACCADEMICO 2015–16

SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

MATEMATICA

QUARTO SCRITTO

PROFF. MARCO ABATE E MARGHERITA LELLI-CHIESA

9 gennaio 2017

Nome e cognome _____

Matricola _____

Corso di laurea _____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se giuste.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima sia la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Esiste una funzione lineare che interpola esattamente i punti $(1, 2)$, $(2, 4)$ e $(3, 8)$? Se pensi che la risposta sia affermativa, scrivine una; se pensi che la risposta sia negativa, spiega perché.

Esercizio 2. Calcola la derivata della funzione

$$f(t) = \log \sqrt{\frac{t-2}{t+3}}.$$

Esercizio 3. Trova un vettore di lunghezza 2 ortogonale al piano di equazione $x - 4y + 8z = 4$. Quanti ce ne sono?

SECONDA PARTE

Esercizio 4. Trova un esempio

- (i) di una funzione f definita e continua su tutto \mathbb{R} , periodica di periodo 3, e che abbia come insieme immagine l'intervallo $[-4, 2]$;
- (ii) di una funzione g , definita e continua su tutto \mathbb{R} , tale che la retta tangente al suo grafico in $x_0 = 1$ abbia equazione $y = 2x - 1$;
- (iii) di una funzione $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ decrescente, con $h(0) = 3$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 1$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = 6$.

Esercizio 5. Per studiare le proprietà elettriche di una fascio muscolare, gli applichi una differenza di potenziale per poi interromperla improvvisamente. L'intensità C della corrente indotta nel fascio muscolare dipende dal tempo $t > 0$ passato dal momento dell'interruzione secondo la legge

$$C(t) = \log \left(1 + \frac{at}{1+t^2} \right),$$

dove $a > 0$ è una costante che dipende dalle proprietà elettriche del fascio muscolare in esame.

- (i) Studia la funzione C (anche per tempi negativi, ma tralasciando lo studio del segno della derivata seconda) nel caso $a = 2$.
- (ii) L'obiettivo del tuo esperimento è recuperare il valore della costante a partendo dal grafico della funzione C misurata nella specifico esemplare di fascio muscolare. Per farlo misuri la pendenza al tempo $t = 2$ della retta tangente al grafico ottenuto dall'esperimento. Se la pendenza al tempo $t = 2$ è pari a $-1/5$, quanto vale a ?

Esercizio 6. Al variare del parametro $\beta \in \mathbb{R}$ studia (cioè determina per quali valori del parametro ammette soluzione, e per quei valori trova le soluzioni) il sistema lineare:

$$\begin{cases} 3x + 4y + 5w = 2 + \beta, \\ 2x + \beta y - z + 4w = 2, \\ x - 2y + z + w = \beta. \end{cases}$$