

ANNO ACCADEMICO 2015–16

SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

MATEMATICA

QUINTO SCRITTO

PROFF. MARCO ABATE E MARGHERITA LELLI-CHIESA

13 febbraio 2017

Nome e cognome _____

Matricola _____

Corso di laurea _____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se giuste.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima sia la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Il 25% di una popolazione di 2000 zanzare del Belize è portatrice del virus del dengue. Quante zanzare portatrici di virus devi sterminare per fare in modo che nella popolazione rimasta solo il 20% delle zanzare sia portatrice del virus?

Esercizio 2. Calcola la derivata della funzione

$$f(t) = \arctan(1 - t^2) .$$

Esercizio 3. Trova l'equazione cartesiana di un piano ortogonale al vettore $v = (-1, 2, -1)$. Quanti piani ortogonali a v esistono?

SECONDA PARTE

Esercizio 4. Trova un esempio

- (i) di una funzione pari $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che la retta tangente al suo grafico in $x_0 = -2$ abbia equazione $y = -4x - 6$;
- (ii) di una funzione $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ decrescente, con $g(0) = 1$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 3$.
- (iii) di una funzione h definita e continua su tutto \mathbb{R} , periodica di periodo 2, e che abbia come insieme immagine l'intervallo $[-2, -1]$.

Esercizio 5. In una zona vulcanica dell'Indonesia, uno studio geofisico mostra che la resistività del terreno dipende dalla profondità x misurata in chilometri secondo la legge

$$R(x) = \frac{x^2 + 2}{x - 1}.$$

- (i) Studia la funzione R (anche per profondità negative).
- (ii) A quale profondità la resistività del terreno è minima?
- (iii) Determina una costante $a \in \mathbb{R}$ tale che la funzione $R(x) - ax$ abbia limite finito per x che tende a $+\infty$.

Esercizio 6. Al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ studia (cioè determina per quali valori del parametro ammette soluzione, e per quei valori trova le soluzioni) il sistema lineare:

$$\begin{cases} x + 8y - 2z + 3w = 2 - \alpha , \\ 3x + (\alpha - 2)y + 5w = 2 + \alpha , \\ 2x - 4y + 2z + 2w = 2\alpha . \end{cases}$$