

ANNO ACCADEMICO 2016–17
SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

MATEMATICA
SECONDO SCRITTO — TESTO B
PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO

10 luglio 2017

Nome e cognome _____

Matricola _____

Corso di studio _____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Calcola la derivata della seguente funzione:

$$h(x) = \cos(\log(x^2 + 2)),$$

dove il simbolo $\log(y)$ denota il logaritmo naturale di y .

Esercizio 2. Calcola il seguente integrale definito:

$$\int_{5/3}^{7/3} (3x - 5)^7 dx.$$

Esercizio 3. Possono esistere 4 numeri y_1, \dots, y_4 tutti compresi fra -2 e 2 la cui media (aritmetica) sia 1 ? Se pensi che la risposta sia affermativa fai un esempio; se pensi che la risposta sia negativa spiega perché.

SECONDA PARTE

Esercizio 4. Trova un esempio di:

- (i) una funzione f con dominio tutto \mathbb{R} tale che la sua immagine sia la semiretta chiusa $(-\infty, 3]$;
- (ii) una funzione $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con immagine l'intervallo $[-4, 4]$ e tale che $g(x) = 0$ se e soltanto se x è un intero dispari ($x = \pm 1, \pm 3, \pm 5 \dots$).
- (iii) una funzione $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tangente in $x = 0$ alla retta di equazione $y = x$, e tale che $h(1) = h(5) = 0$.

Esercizio 5. Sei il proprietario (o la proprietaria) di un deposito di zucchero, di tre tipologie: bianco, di canna e dietetico. Ricevi tre ordinazioni, una da Firenze, una da Lucca e una da Pisa. A Firenze vogliono 1 confezione di zucchero bianco, 5 confezioni di zucchero di canna e 7 confezioni di zucchero dietetico, per un totale di esattamente 39 chili. A Lucca vogliono 3 confezioni di zucchero bianco, 6 confezioni di zucchero di canna e 2 confezioni di zucchero dietetico, per un totale di esattamente 43 chili. A Pisa vogliono 3 confezioni di zucchero bianco, 3 confezioni di zucchero di canna e 3 confezioni di zucchero dietetico, per un totale di esattamente 33 chili. Per semplificarti la vita, tutte le confezioni di zucchero bianco hanno lo stesso peso, tutte le confezioni di zucchero di canna hanno lo stesso peso, e tutte le confezioni di zucchero dietetico hanno lo stesso peso, indipendentemente dalla destinazione. Quanto devono pesare rispettivamente una confezione di zucchero bianco, una confezione di zucchero di canna e una confezione di zucchero dietetico per soddisfare esattamente le tre ordinazioni?

Esercizio 6. Uno studio effettuato nelle campagne del biellese ha rivelato che la percentuale P di piantine di lino che producono fibre di alta qualità dipende dai chili x di letame organico usati per concimare nell'inverno precedente secondo la funzione

$$P(x) = 50 e^{(2x-2)/x^2} .$$

- (i) Studia la funzione P anche per valori negativi di x (utili in caso di proteste per il profumo del letame) arrivando a disegnarne un grafico approssimato.
- (ii) Quale quantità di letame assicura la massima produzione? Esiste una quantità di letame che impedisce completamente la produzione di lino? Se durante l'inverno precedente le piantine di lino sono state concimate ininterrottamente, quale percentuale di piantine ti aspetti che producano fibre di alta qualità?