ANNO ACCADEMICO 2016–17

SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

MATEMATICA

SCRITTO STRAORDINARIO

RISERVATO A STUDENTI LAVORATORI, FUORI CORSO E GENITORI

PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO

13 novembre 2017

Nome e cognome____

Matricola____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo "0.5" o "No" non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Calcola la derivata della seguente funzione:

$$f(x) = \cos\left(\log\left(\cos(x)\right)\right),$$

dove il simbolo $\log(y)$ denota il logaritmo naturale di y.

Esercizio 2. Calcola il seguente integrale definito:

$$\int_{-\pi/6}^{\pi} \cos(x)\, e^{\sin(x)+1}\, dx.$$

Esercizio 3. Determina per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ i due vettori $\vec{v} = \vec{\imath} + 2\alpha\vec{\jmath} - 3\vec{k}$ e $\vec{w} = -2\vec{\imath} + \vec{\jmath} + \alpha\vec{k}$ sono ortogonali.

SECONDA PARTE

Esercizio 4. Trova un esempio di:

(i) una funzione f con dominio tutto $\mathbb{R}$ che abbia un punto di minimo in $x = 0$ ed un punto di massimo in $x = 1$.

(ii) una funzione g con dominio tutto $\mathbb{R}$ che abbia un punto di massimo in $x = 0$ e come asintoto orizzontale l'asse delle ascisse.

(iii) una funzione $h\colon \mathbb{R} \to [0, +\infty)$ tale che la retta $y = 2x$ sia tangente al grafico di h nel punto $x_0 = 1$.

Esercizio 5. Al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ studia (cioè determina per quali valori del parametro il sistema ammette soluzione, e in tal caso trova le soluzioni) il sistema lineare:

$$\begin{cases} x + y + z = k \ , \\ x + y + (k+1)z = 0 \ , \\ (k+1)x - y - z = -2k \ . \end{cases}$$

Esercizio 6. Una popolazione di insetti evolve secondo il modello

$$P(t) = 50(t+1)e^{-t^2} \ ,$$

dove $P(t)$ denota il numero di insetti presenti al tempo t. Studiando la funzione $P(t)$ anche per valori di t negativi, determina in che istante t^* la popolazione conta il massimo numero di individui.