Ing. Biomedica - 2017-18

Analisi I CORSO A
13 Gennaio 2018

Compito X

COGNOME .... **NOME** ....

MATRICOLA .... **VALUTAZIONE** .... + ... = ...

1. Istruzioni

Gli esercizi devono essere svolti negli appositi spazi del presente fascicolo; **solo questo sarà ritirato e valutato.** *I fogli a quadretti messi a disposizione possono essere usati liberamente ma in nessun caso saranno ritirati. Il compito è composto di due parti. La prima parte deve essere svolta preliminarmente. Essa verrà corretta per prima e valutata con un punteggio di $0 \leq x \leq 10$ punti. Condizione necessaria affinché venga preso in considerazione l'eventuale svolgimento della seconda parte è che $x \geq 6$. In tal caso la seconda parte viene valutata con un punteggio di $0 \leq y \leq 24$ punti. Il compito sarà sufficiente per l'ammissione alla prova orale se $x + y \geq 18$. In tal caso il voto di ammissione all'orale sarà $v = \min(28, x + y)$.*

Attenzione. Tutte le risposte devono essere giustificate.

2. Prima parte

Esercizio 0. (punti 0) Leggere e capire le istruzioni.

Esercizio 1. (punti 3) Determinare se esistono il massimo, il minimo, l'estremo superiore e l'estremo inferiore dell' insieme

$$X = \{x \in \mathbb{R} |\ x = 2 + \sin(\frac{1}{n}),\ n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\}$$

SOLUZIONE

Esercizio 2. (punti 5) Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \max\{e^x, e^{-x}\}$$

.

a) Determinare il più grande sottoinsieme C di $\mathbb{R}$ tale che la restrizione di f su C sia continua.
b) Determinare il più grande sottoinsieme D di C tale che la restrizione di f su D sia derivabile.
c) Determinare se esistono punti di massimo e minimo locale di f su $\mathbb{R}$.
d) Determinare se esistono i punti di massimo e minimo assoluto della restrizione di f su sullintervallo $[1, 2]$.

SOLUZIONE

Esercizio 3. (punti 2) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false, giustificando la risposta:

a) "Siano $x, y \in \mathbb{R}$; allora $e^x = e^y$ solo se $x = y$.
b) "Siano $z, w \in \mathbb{C}$; allora $e^z = e^w$ solo se $z = w$.

SOLUZIONE

3. Seconda parte

Esercizio 1. (punti 4) Utilizzando direttamente la definizione di limite verificare che

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{2+x}{x-1} = +\infty \ .$$

SOLUZIONE

Esercizio 2. (punti 8) Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 2x - \cos(x)$.

a) Dimostrare che esiste ed è unico $x_0 \in \mathbb{R}$ tale che $f(x_0) = 0$ e che tale $x_0 > 0$.

b) Determinare, se esistono, punti di massimo e minimo locale di f.

c) Determinare se esistono asintoti obliqui di f.

SOLUZIONE

Esercizio 3. (punti 4) Determinare tutte le soluzioni $z \in \mathbb{C} \setminus \{-i\}$ dell'equazione
$$\left(\frac{z+1}{z+i}\right)^4 = 1 \ .$$
SOLUZIONE

Esercizio 4. (punti 8) Determinare le soluzioni della seguente equazione differenziale
$$y' - y = \frac{x^3}{x^2+1} e^x$$
tali che $y(0) = 1$.
SOLUZIONE