

3 Novembre 2014

Della parte intera e del segno.

Questo testo raccoglie alcune considerazioni apparse durante la lezione di sabato 11 ottobre.

Prima di tutto ricordiamo la definizione di funzione periodica da \mathbb{R} a \mathbb{R} .

Definizione 0.1 Una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ si dice **periodica** se esiste un reale $T \neq 0$ tale che $\forall x \in \mathbb{R}$ si ha $f(x + T) = f(x)$.

Osservazione 0.2 Si osservi che senza la condizione $T \neq 0$ ogni funzione è periodica.

Esempi 0.3 Dire se le seguenti funzioni da \mathbb{R} a \mathbb{R} sono periodiche

1. $f(x) = 3$

2. $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Q} \\ 1 & \text{se } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$

3. $x - [x]$ dove con $[x]$ si è indicata la parte intera del reale x

Quella che segue è una lista di esercizi su grafici di funzioni. Alla fine della nota si trovano dei grafici di funzioni, alcuni dei quali sono soluzioni di esercizi proposti e altri sono del tutto casuali. Lo studente provi ad arrivare a disegnare il grafico scrivendo le motivazioni e dica alla fine quali sono i grafici “estranei”

Esercizi 0.4 Per un numero reale x si indichi rispettivamente con $|x|$ il suo modulo, $[x]$ la sua parte intera e con $\text{sgn}(x)$ la funzione segno così definita

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ -1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Disegnare il grafico delle seguenti funzioni

1. $|x|$

2. $[x]$

3. $\text{sgn}(x)$

4. $x - [x]$

5. $|x| + |x - 2|$

6. $|\operatorname{segn}(|x| - 2) - 1|$

7. $\operatorname{segn}([x^2] - [x]^2)$

8. $[2x]$

9. $[2x] - 2[x]$

10. $x[x]$

11. $\frac{[x]}{x}$

12. $[x^2] - [x]^2$

13. $[x^2]$





