October 16, 2014

BM ANALISI I 14-15, ESERCIZI, FOGLIO 4

Esercizio 1. Negare la seguente proposizione $\mathcal{P}$: " $\forall x \in \mathbb{R},\ \exists y \in \mathbb{R}, y > x$." Determinare quale tra $\mathcal{P}$ e non($\mathcal{P}$) è vera.

Esercizio 2. Negare la seguente proposizione $\mathcal{P}$: " $\forall x \in \mathbb{R},\ \exists y \in \mathbb{R}, y > x$ e $x > y$". Determinare quale tra $\mathcal{P}$ e non($\mathcal{P}$) è vera.

Esercizio 3. Negare la seguente proposizione $\mathcal{P}$: " $\forall x \in \mathbb{R},\ \exists y \in \mathbb{R}, y \geq x$ e $x \geq y$". Determinare quale tra $\mathcal{P}$ e non($\mathcal{P}$) è vera.

Esercizio 4. Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice "buona" se per ogni $x \in \mathbb{R}$, $f(x) < 1$ o $f(x) > -1$. Negando questa definizione, definire le funzioni "cattive". Determinare l'insieme delle funzioni cattive.

Esercizio 5. $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ è "bello" se $x + y \geq 2$ e $x - y < -1$.
(a) Negando questa definizione, definire i punti "brutti" di $\mathbb{R}^2$.
(b) Dare un esempio di punto brutto e uno di punto bello.
(c) Inventare una definizione di punto "simpatico" di $\mathbb{R}^2$ in modo tale che esistano sia punti brutti e "antipatici" sia punti brutti e "simpatici".

Esercizio 6. Siano A, B, C insiemi, $C \subseteq B$. Diciamo che $f : A \to B$ è "buona" se per ogni $c \in C$ esiste $a \in A$ tale che $f(a) = c$.
(a) Negando questa definizione, definire le funzioni "cattive" definite su A a valori in B.
(b) Se $A = B = \mathbb{R}$, $C = \{x \in \mathbb{R} |\ x > 0\}$, dare un esempio di funzione buona non surgettiva.

Esercizio 7. Sia $a : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ una successione e sia $L \in \overline{\mathbb{R}}$. Esplicitare completamente cosa significa che L non è limite di a_n quando $n \to +\infty$.

Esercizio 8. Negare l'implicazione: "Se Socrate è un uomo allora Socrate è mortale".

Esercizio 9. Negare l'affermazione: "Per ogni a_n successione di numeri reali, se a_n è crescente e limitata allora ha un limite $L \in \mathbb{R}$. "