

PROGRAMMA DI “LOGICA MATEMATICA”

DOCENTE: Alessandro Berarducci

Anno di corso: 2009-2010

Laurea primo livello, Semestre: I

Crediti 6, ore 48

CONTENUTI DELL’INSEGNAMENTO:

Il corso ruota intorno ai teoremi di completezza e di incompletezza di Gödel. Tali risultati segnano la fine del programma fondazionale di Hilbert, ma aprono la via allo studio dei modelli delle teorie del primo ordine e all’analisi della nozione di funzione calcolabile.

TEORIE DEL PRIMO ORDINE E LORO MODELLI. Calcolo proposizionale. Calcolo dei predicati. Teorema di completezza di Gödel. Teorema di compattezza. Ultraprodotti. Teoremi di Löwenheim-Skolem. Teorie complete e incomplete. Teorie α -categoriche.

TEORIA DELLA CALCOLABILITÀ. Modelli di calcolo. Funzioni calcolabili. Insiemi ricorsivi e ricorsivamente enumerabili. Funzione universale. Indecidibilità del problema della fermata. Altri problemi indecidibili. Primo e secondo teorema del punto fisso. Gerarchia aritmetica.

TEOREMI DI INCOMPLETEZZA. Teoremi di incompletezza di Gödel. Teorema di Rosser. Teorema di Church sulla indecidibilità del calcolo dei predicati.

TEORIE DECIDIBILI E INDECIDIBILI. Decidibilità e indecidibilità di alcune specifiche teorie del primo ordine. Interpretazioni tra teorie.

TESTI DI RIFERIMENTO:

Dispense del docente. <http://www.dm.unipi.it/~berardu/>

J. Barwise, Handbook of Mathematical Logic, North-Holland 1989.

J. L. Bell & M. Machover, A course in mathematical logic, North-Holland 1977.

PREREQUISITI: Per la maggior parte degli argomenti non vi sono prerequisiti specifici, ma è consigliabile che lo studente conosca le strutture matematiche di base e i rudimenti della teoria degli insiemi. Per singoli risultati si assumerà una certa familiarità con i numeri cardinali.

METODI DIDATTICI: Lezioni ed esercitazioni integrate.

OBIETTIVI FORMATIVI: Introduzione ai temi classici della logica Matematica e alle loro interconnessioni.

MODALITÀ DI VERIFICA DELL’APPRENDIMENTO: Esame finale orale.